

選択科目

(医学部)

— 2月3日 —

物 理 }
化 学 } この中から1科目を選択して解答しなさい。
生 物 }

科目	問題のページ
物 理	1~7
化 学	9~18
生 物	20~34

選択した科目の解答用紙をビニール袋から取り出し、解答はすべて選択した科目の解答用紙に記入して提出しなさい。

- 2 一定の電場や磁場の影響を受けて真空中を運動する質量 m [kg]、電気量 $-q$ [C] ($q > 0$) の荷電粒子について考える。重力の影響および荷電粒子の大きさは無視でき、以下で考察対象となるすべての速度の大きさは光の速さと比較して充分小さいものとする。このとき、次の空欄 (1) ~ (5) に最も適切な数式をそれぞれ答えなさい。

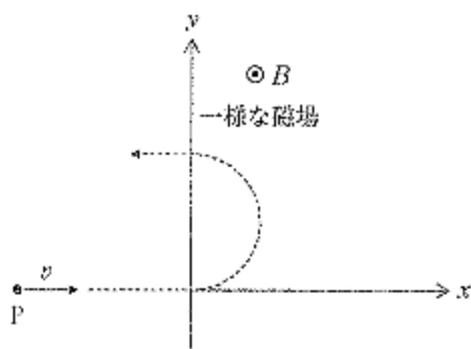


図 1

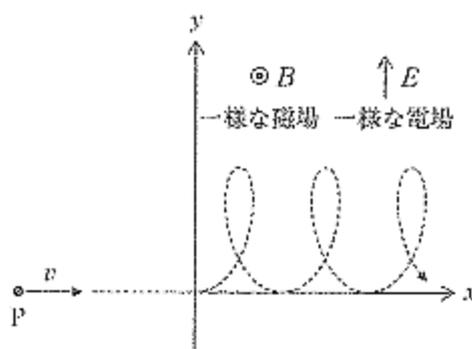


図 2

まず図 1 のように直交座標軸をとり、 $x \geq 0$ の領域に磁束密度の大きさが B [T] の一様な磁場を紙面に対して垂直で裏から表の向きにかけた。その後、 x 軸上の点 P から速さ v (m/s) で x 軸の正の方向に荷電粒子を打ち出すと、荷電粒子は $x \geq 0$ の領域に入った後、図 1 のような半円を描いて再び $x < 0$ の領域に戻った。荷電粒子の速度の x 成分、 y 成分をそれぞれ v_x (m/s)、 v_y (m/s) と表すことにすると、荷電粒子が $x \geq 0$ の領域にあるとき、荷電粒子が受ける力の x 成分および y 成分はそれぞれ

$$[\text{力の } x \text{ 成分}] = -qv_y B, \quad [\text{力の } y \text{ 成分}] = \boxed{(1)} \quad (a)$$

と表すことができる。

次に荷電粒子をいったん取り除いた後、図 2 のように $x \geq 0$ の領域には一様な磁場だけでなく、強さ E [V/m] の一様な電場を y 軸の正の向きに加えた。その後、再び点 P から速さ v (m/s) で x 軸の正の方向に荷電粒子を打ち出すと、荷電粒子は $x \geq 0$ の領域に入った後、図 2 のように xy 平面内で旋回しながら x 軸の正の方向に進んでいった。図 2 における荷電粒子の速度の x 成分、 y 成分をそれぞれ u_x (m/s)、 u_y (m/s) と表すことにすると、荷電粒子が $x \geq 0$ の領域にあるとき、荷電粒子が受ける力の x 成分および y 成分はそれぞれ

$$[\text{力の } x \text{ 成分}] = -qu_y B, \quad [\text{力の } y \text{ 成分}] = q(u_x - \boxed{(2)}) B \quad (b)$$

と表すことができる。いま、式 (b) において速度の x 成分と y 成分をそれぞれ

$$u_x \rightarrow v_x + \boxed{(2)}, \quad u_y \rightarrow v_y \quad (c)$$

と置き換えると、式 (b) は式 (a) に一致することに気づく。このことはつまり、一定の速さ $\boxed{(2)}$ で x 軸の正の方向に進む観測者から見ると、図 2 の $x \geq 0$ における荷電粒子の運動は、あたかも電場が存在せず磁場だけが働いている環境中の運動のように解釈できることを意味する。その結果、図 2 の $x \geq 0$ における荷電粒子の運動は、半径が $\boxed{(3)}$ (m) である円運動と、その円運動の中心が x 軸の正の方向にずれていく運動の組み合わせとして理解できる。

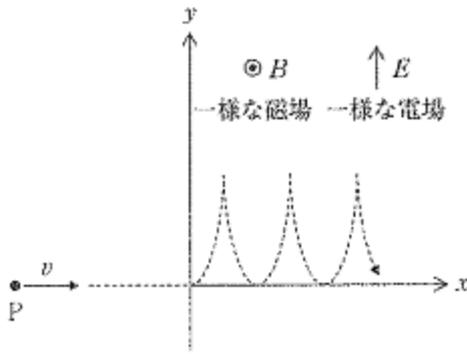


図 3

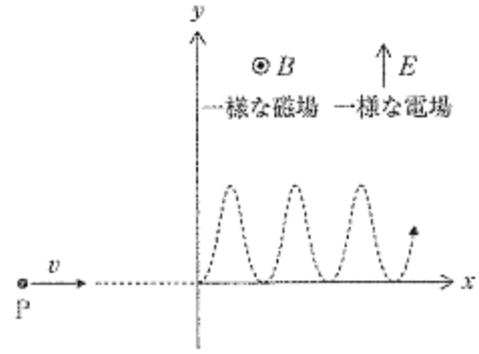


図 4

このような理解を踏まえると、電場の強さがある値に一致すると荷電粒子は図3のような軌跡を描き、電場の強さがその値よりもさらに大きくなると荷電粒子は図4のような軌跡を描くと考えられる。したがって、荷電粒子が $x \leq 0$ の領域に戻らず、かつ、その運動の軌跡が(図3や図4のようにはならず)図2のように旋回しながら進んでいく軌跡となるためには、電場の強さは $\boxed{(4)} < E < \boxed{(5)}$ の条件を満たさなければならない。ただし、適当な2つの変数 s, t (無次元量) が $s = \sin t$ の関係式を満たすとき、図5のように原点から引いた接線の傾きを $-\alpha$ ($\alpha > 0$) とする。

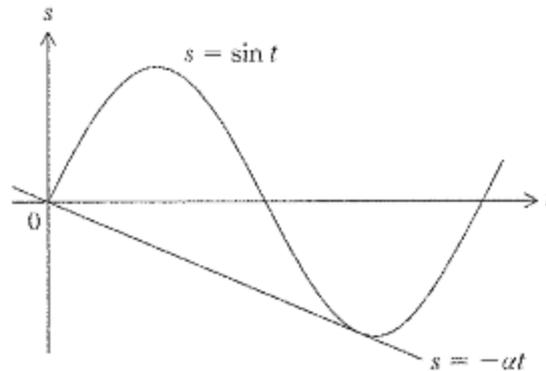
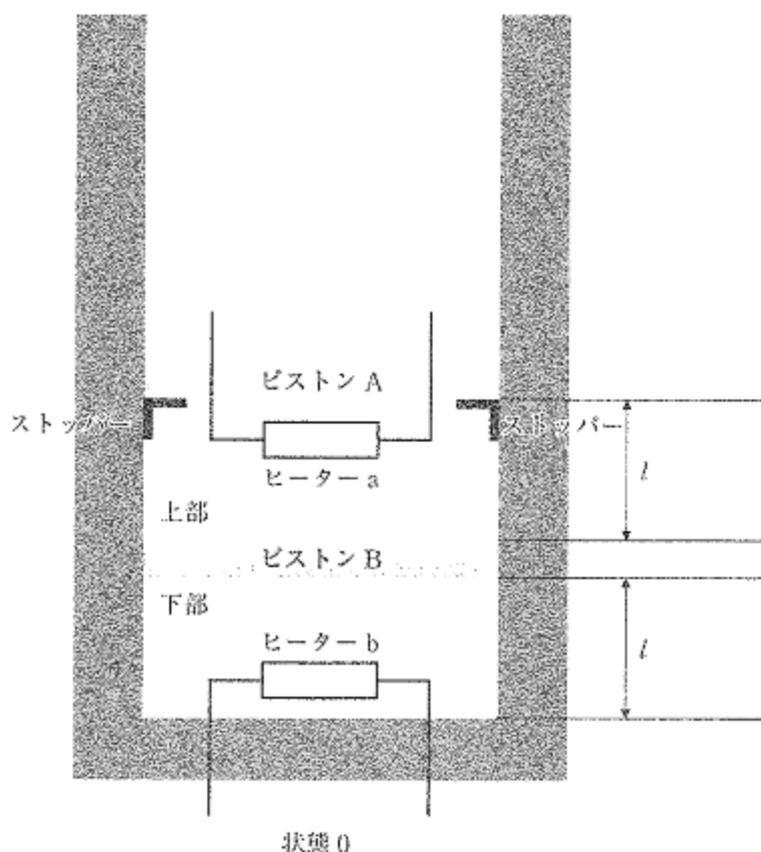


図 5

3



図のように、水平面に対して鉛直に立てられた断面積 S (m^2) の円筒容器がある。円筒容器内部は質量 $2M$ (kg) のピストン A と質量 M (kg) のピストン B によって仕切られている。ピストン A と B の間の空間を上部、円筒容器底面とピストン B の間の空間を下部と呼ぶことにする。上部および下部には、それぞれ一定量の単原子分子理想気体が封入されている。ピストン A にはヒーター a が、円筒容器底面にはヒーター b が取り付けられていて、上部の気体のみ、あるいは、下部の気体のみを加熱することができる。ピストン A および B は円筒容器内をなめらかに動くことができる。

円筒容器のまわりの空気の圧力は P_0 (Pa) である。円筒容器、ピストン A および B は断熱材でつくられている。上部の気体および下部の気体の質量はピストンの質量に比べて充分小さいものとする。また、ヒーターの質量、体積、熱容量は無視できるものとする。なお、重力加速度の大きさを g (m/s^2) とする。

次の各問いについて、それぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び、解答欄の記号にマークしなさい。

図のように、ピストン A は断熱材でつくられた体積を無視できるストッパー上で、ピストン B は円筒容器内で、それぞれ静止しており、上部と下部の高さはどちらも l (m) であった。このときヒーター a、b は、まだはたらかせていない。なお、ピストン A はストッパーの位置よりも下がることはなく、上部の気体および下部の気体の温度は T_0 (K)、上部の気体の圧力は P_0 (Pa) であった。このときのピストン A および B の静止状態ならびに上部の気体および下部の気体の状態を状態 0 と呼ぶことにする。

- (1) 上部の気体の物質量 [mol] に対する下部の気体の物質量 [mol] の比を求めなさい。

ヒーター a により上部の気体を加熱した。加熱を止めてから十分な時間が経過すると、ピストン A および B は静止しており、このときのピストン A および B の静止状態ならびに上部の気体および下部の気体の状態を状態 1 と呼ぶことにする。なお、状態 0 から状態 1 への変化においてピストン A はストッパーに接触したままであったが、状態 1 ではピストン A がストッパーから受ける垂直抗力は 0 であった。

以下の小問では、ピストンの重さは十分に小さく $Mg \ll P_0 S$ が成り立つとし、 $\left(\frac{Mg}{P_0 S}\right)^k$ の項が現れたとき、 k が 1 の項は無視せず、 k が 2 以上の項は無視するものとする。必要があれば、 $|x| \ll 1$ のときの近似式 $(1+x)^a \approx 1+ax$ を使ってもよい。

(2) 下部の気体の状態 0 から状態 1 への変化は、ゆっくりとした断熱圧縮であった。この場合、

$$(\text{圧力}) \times (\text{体積})^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$$

の関係式が成り立つ。状態 1 における下部の高さを求めなさい。

(3) 状態 0 から状態 1 への変化における上部の気体の内部エネルギーの変化を ΔU [J] とする。 $\frac{\Delta U}{P_0 S l}$ を求めなさい。

(4) 状態 1 における下部の気体の温度 [K] を求めなさい。

次にヒーター b により下部の気体を加熱した。加熱を止めてから十分な時間が経過すると、ピストン A および B は状態 1 に比べるといずれも上方で静止しており、下部の高さは l [m] になっていた。このときのピストン A および B の静止状態ならびに上部の気体および下部の気体の状態を状態 2 と呼ぶことにする。

(5) 状態 1 から状態 2 への変化は十分にゆっくりであった。下部の気体に与えられた熱量を Q [J] とするとき、

$$\frac{Q}{P_0 S l}$$

を求めなさい。

[解答群]

(1) ア. $\frac{1}{4}$ イ. $\frac{1}{2}$ ウ. 1 エ. $1 + \frac{Mg}{P_0 S}$ オ. $1 + \frac{2Mg}{P_0 S}$ カ. $1 + \frac{3Mg}{P_0 S}$

(2) ア. $\left(1 - \frac{Mg}{5P_0 S}\right)l$ イ. $\left(1 - \frac{2Mg}{5P_0 S}\right)l$ ウ. $\left(1 - \frac{3Mg}{5P_0 S}\right)l$ エ. $\left(1 - \frac{Mg}{P_0 S}\right)l$

オ. $\left(1 - \frac{6Mg}{5P_0 S}\right)l$ カ. $\left(1 - \frac{7Mg}{5P_0 S}\right)l$

(3) ア. $\frac{33Mg}{10P_0 S}$ イ. $\frac{39Mg}{10P_0 S}$ ウ. $\frac{11Mg}{5P_0 S}$ エ. $\frac{12Mg}{5P_0 S}$ オ. $\frac{18Mg}{5P_0 S}$ カ. $\frac{24Mg}{5P_0 S}$

(4) ア. $\left(1 + \frac{4Mg}{5P_0 S}\right)T_0$ イ. $\left(1 + \frac{7Mg}{5P_0 S}\right)T_0$ ウ. $\left(1 + \frac{12Mg}{5P_0 S}\right)T_0$ エ. $2\left(1 + \frac{7Mg}{10P_0 S}\right)T_0$

オ. $2\left(1 - \frac{7Mg}{10P_0 S}\right)T_0$ カ. $2\left(1 + \frac{7Mg}{5P_0 S}\right)T_0$

(5) ア. $\frac{Mg}{P_0 S}$ イ. $\frac{3Mg}{P_0 S}$ ウ. $\frac{5Mg}{2P_0 S}$ エ. $\frac{Mg}{5P_0 S}$ オ. $\frac{9Mg}{5P_0 S}$ カ. $\frac{12Mg}{5P_0 S}$

