数　　学

（医　学　部）

― ２月２日 ―

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい．

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

1

(1) $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2-\sqrt{2}}\,i\right)^8=$ $\boxed{\text{ア}}$．ただし，i は虚数単位とする．

(2) 関数 $y=\sin(-x+\pi)+\sqrt{3}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(0\leqq x<2\pi)$ は $x=$ $\boxed{\text{イ}}$ のとき最小値をとる．

(3) 方程式 $\log_2(8x-8)-\log_2 x^2=1$ の解は $x=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 3 辺の長さがすべて整数であり，ある 2 辺の長さの和が 4 となる三角形は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある．

(5) 曲線 $y=\dfrac{1}{x^2+9}$，x 軸，y 軸，直線 $x=3\sqrt{3}$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(6) 初項が 5 で公差が -2 の等差数列を $\{a_n\}$ とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100} a_k=$ $\boxed{\text{カ}}$ である．

2

関数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ $(a>0,\ ac-b\neq 0)$ を考える．

(1) $f'(x)=$ $\boxed{\text{ア}}$

(2) 関数 $f(x)$ とその逆関数が等しくなるための条件は $\boxed{\text{イ}}$ である．

C を $y=f(x)$ のグラフとし，C' を $y=f'(x)$ のグラフとする．以下は，b，c を用いずに答えること．

(3) $\boxed{\text{イ}}$ のとき，C と C' が共有点を持ち，その共有点での接線が一致するための条件は $b=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) $\boxed{\text{イ}}$ かつ $b=$ $\boxed{\text{ウ}}$ のときを考える．

(i) C と C' の共有点における接線を ℓ とする．ℓ と x 軸との交点 A の座標は $\left(\boxed{\text{エ}},\ 0\right)$，$y$ 軸との交点 B の座標は $\left(0,\ \boxed{\text{オ}}\right)$ である．原点を O とすると，三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(ii) $\boxed{\text{エ}}<0$，$\boxed{\text{オ}}<0$ の範囲で，三角形 OAB の面積の最大値は $\boxed{\text{キ}}$ である．

$\boxed{3}$ aを正の数とし，点 A(0, 1)，B(0, −1)，C(a, 0) とする．3 直線 AB，BC，CA のすべてに接する円の集合を S とする．Sに属する円のうち半径が最も小さいものを O_1，中心が第 1 象限にある円を O_2 とおく．O_1 と内接し，Sに属する O_1 以外のすべての円と外接する円を O_3 とする．

(1) O_2 の半径は $\boxed{ア}$ である．

(2) O_2 の中心の座標は ($\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$) である．

(3) O_3 の半径は $\boxed{エ}$ である．

(4) aが正の数を動くとき，O_3 の半径は $a = \boxed{オ}$ で最小値 $\boxed{カ}$ をとる．

(5) O_2 と O_3 の接点の y 座標は $\boxed{キ}$ である．aが正の数を動くとき，$\boxed{キ}$ は $a = \boxed{ク}$ で最小値 $\boxed{ケ}$ をとる．

(6) 直線 BC と O_3 の交点の x 座標は $\boxed{コ}$ ，$\boxed{サ}$ である．

メモ

メモ

メモ