数　　　学

（医　学　部）

― 2024年2月2日 ―

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい．

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

1

(1) $\int_0^{\frac{2}{3}}(3x+2)^2dx-\int_0^{\frac{2}{3}}(3x-2)^2dx=$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) $\lim_{h\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}(1+h)^3-\frac{5}{2}(1+h)^2+\frac{16}{5}(1+h)-\frac{6}{5}}{h}=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) 3 直線 $x+2y=1$，$3x-4y=1$，$mx+ny=1$ が 1 点で交わるような，$1\leqq m+n\leqq 10$ を満たす整数の組 $(m,\ n)$ は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある．

(4) $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ のとき，関数 $y=\sin\theta+\cos\theta$ の最大値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(5) 1 つの箱に赤玉と青玉が合計 11 個入っている．この箱から 1 個の玉を取り出し，それを戻さずにまた 1 個の玉を取り出す．このとき，取り出された 2 個の玉がともに赤玉である確率は $\frac{28}{55}$ であるという．はじめにこの箱に入っていた赤玉の個数は $\boxed{\text{カ}}$ 個である．

(6) 4 点 O(0, 0, 0)，A(1, 0, 0)，B(0, 2, 0)，C(0, 0, 3) を考える．C から直線 AB に下ろした垂線と AB の交点を H とし，$\angle\mathrm{OHC}=\theta$ とおく．このとき $\tan\theta=$ $\boxed{\text{キ}}$ である．

(7) 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が $\left|\vec{a}+3\vec{b}\right|=1$，$\left|\vec{a}-4\vec{b}\right|=1$ を満たすように動くとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ の最大値は $\boxed{\text{ク}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ である．

2 表1は，金融商品 A，B の各年の1月31日における1単位あたりの評価額を表している．

年	2022	2023	2024
金融商品 A （万円）	9	15	9
金融商品 B （万円）	21	9	6

表1．金融商品 A, B の評価額のデータ

実数 x が $0 \leqq x \leqq 1$ を満たすとする．表2は，A，B をそれぞれ $(1-x)$，x 単位だけ所有していた場合の各年の資産を表している．

年	2022	2023	2024
資産（万円）	$9(1-x)+21x$	$15(1-x)+9x$	$9(1-x)+6x$

表2．資産のデータ

表2のデータの平均値を $f(x)$，分散を $g(x)$ とする．

(1) $f(0) = \boxed{\text{ア}}$，$g(1) = \boxed{\text{イ}}$ である．

(2) 表1における A の評価額のデータと B の評価額のデータの相関係数は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(3) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{エ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる．

(4) $g(x)$ は $x = \boxed{\text{カ}}$ のとき最小値をとる．

(5) $a \geqq \dfrac{1}{10}$ に対して，関数 $h(x)=\{f(x)\}^2 - ag(x)$ を考える．$h(x)$ が $x = 1$ で最大値をとるための必要十分条件は

$\dfrac{1}{10} \leqq a \leqq \boxed{\text{キ}}$ である．

3 初項から第5項までの和が100であり，初項から第10項までの和が25である等差数列$\{a_n\}$に対して，数列$\{b_n\}$を

$$b_1 = 2^{a_1}, \quad \frac{b_n}{b_{n-1}} = 2^{a_n} \qquad (n = 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める.

(1) 等差数列$\{a_n\}$の一般項をnの式で表すと$a_n = \boxed{\text{ア}}$である．また，$\{a_n\}$の初項から第n項までの和をnの式で表すと$\boxed{\text{イ}}$である.

(2) $b_3 = 2^{\boxed{\text{ウ}}}$である.

(3) $b_n < 1$となる最小の自然数nは$\boxed{\text{エ}}$である.

(4) b_nは$n = \boxed{\text{オ}}$のとき，最大値をとる．その最大値の桁数は$\boxed{\text{カ}}$であり，最高位に現れる数字は$\boxed{\text{キ}}$である.

ただし$0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$，$0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$である.

メモ