

数 学

(医 学 部)

— 2 月 3 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

× ㄗ

次の空欄を埋めなさい。

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

1 (1) 連立不等式

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4x+1) < 3+x \\ 3x+1 \geq x \end{cases}$$

を満たす整数 x は、全部で 個ある。

(2) $9 \log_a b + \log_b a = 6$ のとき、 $\log_a b + \log_b a$ の値は である。

(3) 円 $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 8 = 0$ に接し、傾きが $-\frac{1}{2}$ である直線の方程式は、 $y = -\frac{1}{2}x +$ と、
 $y = -\frac{1}{2}x +$ である。ただし、 $<$ とする。

(4) $-3 \leq x \leq \sqrt{3}$ において、関数 $y = -x^3 + 3x$ の最大値は であり、最小値は である。

(5) $\int_0^4 |x^2 - 4x + 3| dx =$

(6) $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ のとき、 $\tan^3 x + \frac{1}{\tan^3 x} =$ である。

(7) 1辺の長さが3である正八面体に6点で外接する球の半径は であり、8点で内接する球の半径は である。

2 xy 平面上で、次の3つの円を考える。

C_1 : 中心が第2象限にあり、 x 軸と点 $(-1, 0)$ で接する半径 a の円

C_2 : 中心が第1象限にあり、 x 軸と点 $(1, 0)$ で接する半径 b の円

C_3 : 中心が点 $(0, c)$ で、2点 $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$ を通る円

(1) $a = 2$ 、 $b = 1$ のとき、 C_1 と C_2 の交点の座標は、(,) と (,) である。ただし、 $<$ とする。

(2) C_1 と C_2 が異なる2点 P 、 Q で交わるとき、原点 O との距離の積 $OP \cdot OQ$ の値は である。

(3) C_1 と C_2 が接するとき、 b は a を用いて表すと、 $b =$ である。

(4) C_3 が点 $(-1, 2)$ を通るとき、 $c =$ である。

(5) s を実数、 t を正の実数とする。 C_1 、 C_2 、 C_3 が共に点 $R(s, t)$ を通るとき、 a は s 、 t を用いて表すと、 $a =$ である。また、積 ab の値を c のみで表すと、 $ab =$ である。

3

自然数 1, 2, 3, ... を下の図のように表に並べていく。

1	2	4	7	11	
3	5	8	12		
6	9	13			
10	14				
15					

表の横の並びを行と呼び、上から順に 1 行目、2 行目、3 行目、... と呼ぶ。表の縦の並びを列と呼び、左から順に 1 列目、2 列目、3 列目、... と呼ぶ。例えば、表の 2 行目は 3, 5, 8, ... であり、表の 3 列目は 4, 8, 13, ... である。 i, j を自然数として、 i 行目 j 列目にある数を (i, j) 成分と呼ぶ。例えば、 $(3, 2)$ 成分は 9 である。上の表は、 $(1, 1)$ 成分を 1 として、以下の規則で自然数を並べている。

(i) $(i, 1)$ 成分が k ならば、 $(1, i+1)$ 成分は $k+1$ である。

(ii) (i, j) 成分 ($j \neq 1$) が k ならば、 $(i+1, j-1)$ 成分は $k+1$ である。

(1) $(20, 1)$ 成分は であり、 $(20, 20)$ 成分は である。また、(,) 成分は 200 である。

(2) n を自然数とする。 $(1, n)$ 成分は であり、 (n, n) 成分は である。

(3) n を自然数とする。表の 1 行目から n 行目のうち、1 列目から n 列目を取り出す。その中に含まれる数のうち、奇数の個数を $a(n)$ とおく。

例えば、 $n = 3$ であれば、

1	2	4
3	5	8
6	9	13

の中の奇数の個数であるから、 $a(3) = 5$ となる。 $a(20)$ は である。

メモ

