数　　　学

（医　学　部）

―　2月2日　―

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい．

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

1 (1) a，a，a，a，a，b，b，c の 8 文字を 1 列に並べるとき，並べ方の総数は $\boxed{\quad ア \quad}$ である．

(2) 関数 $y=8^x-3\cdot 2^{x+3}+2$ は，$x=$ $\boxed{\quad イ \quad}$ のとき最小値をとる．

(3) AB = 8，BC = 5，CA = 7 である三角形 ABC の内心を I とし，直線 CI と辺 AB との交点を D とする．このとき，三角形 ADI の面積は，三角形 ABC の面積の $\boxed{\quad ウ \quad}$ 倍である．

(4) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x+2)(x-3)\,dx=$ $\boxed{\quad エ \quad}$

(5) 4 つの鋭角 A，B，C，D が，$\cos A=\cos B\cos C$，$\sin B=\sin A\sin D$ という 2 つの関係式を満たしているとき，$\sin C\tan D$ を B のみで表すと，$\sin C\tan D=$ $\boxed{\quad オ \quad}$ である．また，$\tan A\cos D$ を C のみで表すと，$\tan A\cos D=$ $\boxed{\quad カ \quad}$ である．

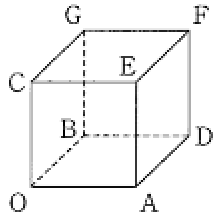
(6) n を自然数とする．$\sqrt{n^2+63}$ が自然数になるような n は $\boxed{\quad キ \quad}$ 個ある．

(7) 方程式

$$\log_{2023}(11-2x)+\log_{\frac{1}{2023}}(1-x^2)=\log_{2023}(x+2)+2\log_{\frac{1}{2023}}(x+1)$$

の解は，$x=$ $\boxed{\quad ク \quad}$ である．

2　$k>1$ とする．下図のような1辺の長さが1の立方体OADB-CEFGにおいて，$\overrightarrow{DL}=k\overrightarrow{DF}$ となる点をLとし，直線OLと面CEFGとの交点をMとする．$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする．



(1) $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと $\boxed{\text{ア}}$ であり，$|\overrightarrow{OM}|=\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) $\cos\angle AOM=\boxed{\text{ウ}}$ であり，三角形OAMの面積は $\boxed{\text{エ}}$ である．また，点Cから平面OAMへ下ろした垂線と，平面OAMとの交点をHとする．垂線CHの長さは $\boxed{\text{オ}}$ であり，四面体OAMCの体積は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(3) 点Oと異なる点Nが線分OF上にあり，$\overrightarrow{ON}\perp\overrightarrow{MN}$ を満たすとき，$\overrightarrow{ON}=\boxed{\text{キ}}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$ である．また，四面体ABCNの体積は $\boxed{\text{ク}}$ である．

3　a を実数とする．数列 $\{a_n\}$ は，初項を $a_1=a$ とし，自然数 n に対して，漸化式 $a_{n+1}=4|a_n-1|$ で定義されるものとする．

(1) $a=\dfrac{41}{32}$ のとき，$a_4=\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) $a=\dfrac{47}{64}$ のとき，$a_4=\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) すべての自然数 n に対して $a_n=a$ となるとき，a は，$a=\boxed{\text{ウ}}$，または，$a=\boxed{\text{エ}}$ である．ただし，$\boxed{\text{ウ}}<\boxed{\text{エ}}$ とする．

(4) $a>\boxed{\text{エ}}$ ならば，一般項 a_n は，a を用いて表すと，$a_n=\boxed{\text{オ}}$ である．

(5) $a_1\neq\boxed{\text{ウ}}$ であり，2以上のすべての自然数 n に対して $a_n=\boxed{\text{ウ}}$ となるとき，a は，$a=\boxed{\text{カ}}$ である．

(6) $a_1\neq\boxed{\text{ウ}}$，かつ，$a_2\neq\boxed{\text{ウ}}$ であり，3以上のすべての自然数 n に対して $a_n=\boxed{\text{ウ}}$ となるとき，a は，$a=\boxed{\text{キ}}$，または，$a=\boxed{\text{ク}}$ である．ただし，$\boxed{\text{キ}}<\boxed{\text{ク}}$ とする．

メモ