

理 科

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。

落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。

5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。

ただし、試験途中には持ち出してはいけない。

問 題 目 次

物 理	1 ～ 6	ページ
化 学	7 ～ 15	ページ
生 物	16 ～ 30	ページ

物 理

物理の記述問題に関する注意

物理の記述問題では、記述内容の深さや脈絡の豊かさに加えて、
それを筋道立てて他者に伝える姿勢を重視する。

1. 図1のように、滑らかにすべるピストンとシリンダーからなる断熱容器 A と B を、不活性な多孔質体を充填した細い断熱管を介してつないだ。容器 A には温度 T_A 、圧力 P_A の単原子分子理想気体を体積 V_A だけ入れた。容器 A 内の圧力はおもり A によって一定の値 P_A に保たれており、容器 B には気体を入れずに容積がゼロの状態始める。いま、容器 B 内の圧力 P_B が P_A より低い一定の値になるようにおもり B を調節したところ、断熱管を通るゆっくりとした気体の流れが生じ、しばらくすると気体はすべて容器 B に移って、その温度は T_B 、体積は V_B となった。なお、気体にはたらく重力は無視する。また、単原子分子理想気体の比熱比 γ は $\frac{5}{3}$ である。

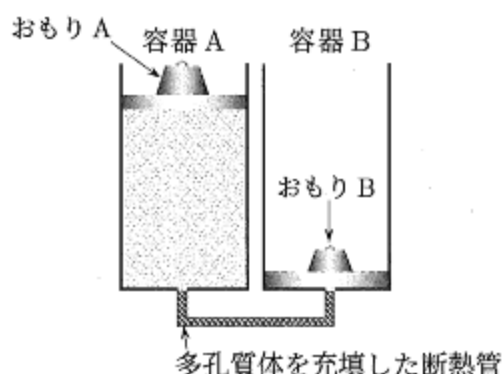


図 1

- 問 1. はじめに容器 A に入れた気体がすべて容器 B に移る過程において気体がされた仕事を、 P_A, V_A, P_B, V_B を用いて表せ。なお、多孔質体を充填した細い断熱管内の気体の量は無視できるとする。
- 問 2. 気体とその周りとの間に熱の交換が全く起こらないならば、気体がされた仕事は気体の内部エネルギーの増加に等しい。この過程において、 $T_A = T_B$ となることを導け。
- 問 3. 問2におけるように熱の出入りのない変化は断熱変化と呼ばれる。問2において $P_B V_B^\gamma$ は $P_A V_A^\gamma$ の何倍となるか、 P_A と P_B を用いて表せ。

問 4. 問 2 においては、気体の圧力は容器 A 内と容器 B 内で異なり、その圧力差によって引き起こされる気体の流れは不可逆である（ひとりでに逆向きに進むことはない）。他方、可逆な変化においては、圧力は気体全体にわたって一様である。分子数 N 、温度 T 、体積 V の単原子分子からなる理想気体の体積が微小量 ΔV だけ断熱膨張するとき、圧力 P にムラがなく気体全体にわたって一様なままゆるやかに変化するならば、気体の温度変化 ΔT と ΔV との間に

$$\frac{3}{2}Nk\Delta T + P\Delta V = 0$$

の関係があることを説明し、このような断熱膨張では PV^γ が一定となることを導け。ここで k はボルツマン定数である。変化の微小量に関しては 1 次までを考え、それらの積は全てゼロと考えてよい。また、正の変数 x が微小量 Δx だけ変化するときの $\log x$ の変化 $\Delta \log x$ は近似的に $\frac{\Delta x}{x}$ で与えられることを使ってよい。ただし、 $\log$ は自然対数である。

問 5. 熱力学第 2 法則は、第 2 種永久機関（熱を吸収してはそのエネルギーを全て力学的仕事に変えるというサイクルを繰り返す熱機関）が存在しないことを主張するが、それに従えば、単原子分子からなる理想気体の PV^γ はいかなる断熱過程においても減少することはない。仮に単原子分子からなる理想気体の PV^γ が減少する断熱過程があったとすると、どのような第 2 種永久機関を作れることになるか、想像して考察せよ。必要であれば解答欄内に図を描いてもよい。

2. 物質粒子も光子も、粒子性と波動性をあわせもち、運動量の大きさ P と波長 λ の間には、共通してプランク定数 h を用いた $P = \frac{h}{\lambda}$ の関係がある。また、光子のエネルギー E と振動数 ν の間には、 $E = h\nu$ の関係がある。この著しい事実が意味するところを、放射性粒子のガンマ線放出による質量変化を例にとって考察しよう。以下では真空中の光速を c とする。

問 1. ガンマ線光子 1 個分のエネルギーが E であるとき、そのガンマ線の波長とガンマ線光子 1 個がもつ運動量の大きさを、それぞれ E を用いて表せ。

問 2. はじめ無重力真空中に運動量ゼロで静止していた質量 M の放射性粒子が、ガンマ線光子を 1 個放出して質量 $M - m$ の粒子に変わったとする。放出されたガンマ線光子の運動量の大きさを P として、ガンマ線光子放出におけるエネルギーの保存を表す式を書け。なお、粒子の運動は真空中の光速に比べて十分遅いとしてよい。また、その放射性粒子は 1 個のガンマ線光子以外には何も放出しないものとする。

問 3. ガンマ線を発する放射性粒子を大きな結晶に組み込むことによって、問 2 における M を事実上無限大とすることができる。このときに放出されるガンマ線光子 1 個分のエネルギーは mc^2 となることを説明せよ。問 2 で得た関係式において $cP < mc^2 \ll Mc^2$ であることを考慮するとよい。

- 問 4. 図2に示すように、無重力真空中で x 軸上を移動できる台車上に、ガンマ線を発する放射性粒子を組み込んだ結晶を設置し、その結晶から x 軸負の向きに問3のようにして放出されたガンマ線を、同じ台車上の後方 Δx だけ離れた位置に設置した検出器で観測した。ここで台車は x 軸正の向きに一定の加速度 a で加速し続けていたとする。すると、ガンマ線が結晶から放出されてから検出器で観測されるまでの間に検出器の速度が変わり、わずかにドップラー効果が起こる。このときに検出器が観測するガンマ線光子1個分のエネルギーを、 a, m, c および Δx の関数として導出せよ。なお、台車の速さは光速に比べて十分遅いとして a について2次以上の効果は無視し、ガンマ線が発生してから観測されるまでの時間は $\frac{\Delta x}{c}$ で近似せよ。また、台車の運動はガンマ線の放出や吸収による影響を受けないものとする。

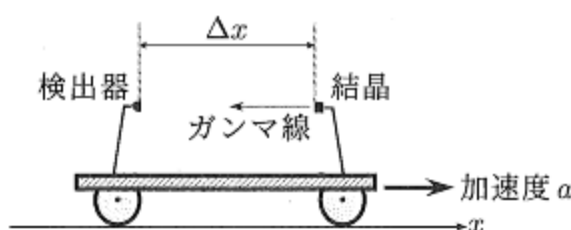


図 2

- 問 5. 問4の結果は、同じ質量減少分 m に対応するエネルギーが、台車上の観測者にとっては、あたかも台車上の位置 Δx によって変動するかのように見えることを意味する。そこでこれを台車上の観測者から見た位置エネルギーと解釈するならば、減少分の質量 m はこの位置エネルギーからどのような力を受けることになるか。その向きと大きさを答えよ。

- 問 6. ニュートンの運動方程式 $\vec{F} = m\vec{a}$ は、質量 m の物体の速度を変えようとすると、加速度 $\vec{a}$ と質量 m に比例した慣性力 $-\vec{F}$ で物体が速度変化に抵抗することを述べている。ここに、加速度は空間座標と時間の概念をもとにして（微分を用いて）定義されるが、力や質量はあらかじめ定義された概念ではなく、慣性力の由来も説明されない。これに対して、問1から問5までの結果は慣性力というものについて何を物語るか。考えるところを記せ。

