

数 学 問 題・答 案 用 紙(一)

I. 次の 1) ~ 4) の設問に対して、答えのみを下の解答欄に記入せよ。

1) 方程式 $\sqrt{3x-7} - \sqrt{x-1} = 2$ を解け。

2) チーム A とチーム B が試合をして、先に 2 連勝したチームが優勝となり、優勝チームが決まるまで試合を続けるものとする。チーム A がチーム B に勝つ確率は $\frac{2}{3}$ であって、引き分けになることはないとする。既に 1 試合が行われ、チーム A が 1 勝しているとして、次の問い合わせに答えよ。

- ここからあと 3 試合行って、チーム A が優勝する確率を求めよ。
- チーム A が優勝する確率を求めよ。

3) 空間に、点 A(1, 3, 2) がある。 x 軸に関して点 A と対称な点を B, yz 平面に関して点 A と対称な点を C とするとき、次の問い合わせに答えよ。

- 三角形 ABC の面積を求めよ。
- 点 D を $(-1, 3, -1)$ とするとき、四面体 ABCD の体積を求めよ。

4) 楕円 $x^2 + 2y^2 = 9$ 上で第二象限にある点を P(p, q) とするとき、次の問い合わせに答えよ。

- 点 P におけるこの楕円の法線の方程式を求めよ。
- 点 $(-2, 6)$ からの距離が最小となる、楕円上の点の座標を求めよ。

解答欄

1)		
2)	(a)	(b)
3)	(a)	(b)
4)	(a)	(b)

数 学 問 題・答 案 用 紙(二)

II. 次のように群に分けられた数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$1, 1 \mid 2 \mid 3, 3 \mid 4, 4, 4, 4, 4 \mid 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 \mid 6, 6, 6, 6, \dots$$

第 k 群には c_k 個の k が並んでいるとすると、数列 $\{c_k\}$ の一般項は k の 2 次式で表されるとする。このとき、次の問い合わせよ。

1) 数列 $\{c_k\}$ の一般項を求めよ。

2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 k 群の末項までの和 $S(k)$ を求めよ。

3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が 2500 を超えるような最小の n の値を求めよ。

数 学 問 題・答 案 用 紙 (三)

III. 関数 $f(x) = x \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。

1) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で関数 $f(x)$ は極大値をただ一つ持つことを示せ。

2) 1) で示されたただ一つの極大値を与える x の値を c とする。 t を $0 < t < c$ である数として、不等式

$$(y - f(x))(y - f(t)) \leq 0 \quad (0 \leq x \leq c)$$

の表す第一象限内の領域の面積を $S(t)$ とする。このとき、 $S(t)$ の最小値を与える t の値を c で表せ。