

令和2年度

9時00分～10時30分

数 学

問 題 冊 子 3 ～ 9 頁

解 答 用 紙 1 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。また、解答用紙に解答以外のことを書かないこと。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
6. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
7. 質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。
9. 試験開始60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
11. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
12. その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号

氏 名



◇M1(878-1)

1 以下の設問 (1)～(3) の ア ～ ク にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 2020 の約数は全部で ア 個あり, それらの和は イ である.

(2) 空間内に点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(1, 1, 1)$ がある.
3 点 A, B, C の定める平面と線分 OD との共有点を E とするとき, $OE : ED$ を最も簡単な整数の比で表すと ウ : エ である.

(3) 曲線 $C: y = |2x^2 - 2x|$ と直線 $y = 2ax$ (a は実数の定数) が異なる 3 つの共有点をもつとする. 共有点を x 座標の小さい順に P, Q, R とするとき, P, Q, R の x 座標はそれぞれ オ, カ, キ である. 曲線 C および線分 PQ で囲まれた部分と, 曲線 C および線分 QR で囲まれた部分の面積が等しくなるのは, $a =$ ク のとき



2 $z^5 = 1$ を満たす虚数(実数でない複素数)で偏角が最小のものを z_1 ($0 \leq \arg z_1 < 2\pi$),

$z^5 = -1$ を満たす虚数で偏角が最小のものを z_2 ($0 \leq \arg z_2 < 2\pi$) とする.

以下の設問 (1), (4) の $\square$ ケ $\sim$ $\square$ ス にあてはまる適切な数と設問(2), (3), (5) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) z_1 を極形式で表すと $z_1 = \square$ ケ ($\cos \square$ $\square$ + $i \sin \square$ $\square$)

であり, $z_1 + \frac{1}{z_1} = \square$ サ $\cos \square$ $\square$ である.

(2) 次の①～⑤の式のうち正しいものをすべて選び, その番号を答えよ.

① $z_1^2 = z_2$ ② $z_1^3 + z_2 = 0$ ③ $z_1 = z_2^2$ ④ $z_1^3 z_2^4 = 1$ ⑤ $z_1^4 - z_2^3 = 0$

(3) 次の $\square$ a, $\square$ b にあてはまる適切な 2 次方程式を下の①～⑥から選び, その番号を答えよ. ただし, 同じ番号を繰り返し選んでもよい.

$x_1 = z_1 + \frac{1}{z_1}$ とおく. $z_1^5 = 1$ であるから, x_1 は 2 次方程式 $\square$ a の解である.

$x_2 = z_2 + \frac{1}{z_2}$ とおくと, x_2 は 2 次方程式 $\square$ b の解である.

① $x^2 + 5x - 1 = 0$ ② $x^2 + x - 5 = 0$ ③ $x^2 - x - 1 = 0$

④ $x^2 - 5x - 1 = 0$ ⑤ $x^2 + x - 1 = 0$ ⑥ $x^2 - x - 5 = 0$

(4) 半径 1 の円に内接する正十角形の面積を S とすると, $S = \frac{5}{4} \sqrt{\square$ シ $\square$ ス $\sqrt{5}}$ である.

(5) (4) の S の値の範囲について正しいものを次の①～⑥から選び, その番号を答えよ.

必要であれば $2.2 < \sqrt{5} < 2.3$ を用いよ.

① $2.6 < S < 2.7$ ② $2.7 < S < 2.8$ ③ $2.8 < S < 2.9$

④ $2.9 < S < 3.0$ ⑤ $3.0 < S < 3.1$ ⑥ $3.1 < S < 3.2$



3 $a > 0$ に対して $f(x) = a^x$, $a_1 = a$ とし, 漸化式 $a_{n+1} = f(a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

によって a_n を定める. このとき, 以下の設問(1), (3)の [セ] ~ [ツ] に

あてはまる適切な数と設問(2)に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) $a = 1$ ならば, $a_4 =$ [セ] であり, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ [ソ] である.

$a = 2$ ならば, $a_4 =$ [タ] であり, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ である.

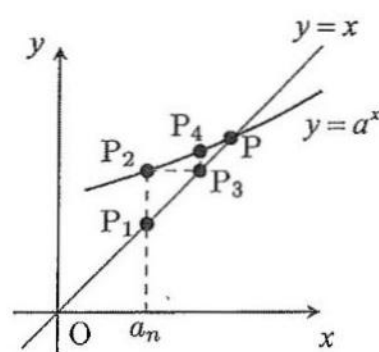
(2) 曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = x$ が

右図のように共有点 P をもつとする.

次の [a] ~ [d] にあてはまる適切なものを

下の①~⑤から選び, その番号を答えよ.

ただし, 同じ番号を繰り返し選んでもよい.



$P_1(a_n; \text{[a]})$ とすると $P_2(\text{[a]}, \text{[b]})$,

$P_3(\text{[b]}, \text{[c]})$, $P_4(\text{[c]}, \text{[d]})$ となる.

① a_{n-2} ② a_{n-1} ③ a_n ④ a_{n+1} ⑤ a_{n+2}

(3) 曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = x$ が接するとする. このとき, a の値は [チ] であり,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ [ツ] である.



4 p は素数とし、整数 a を p で割った余りを $\overline{a}$ で表す。

以下の設問(1)の $\boxed{\text{テ}}$ 、 $\boxed{\text{ト}}$ にあてはまる適切な数と設問(2)～(5)に対する解答を

解答用紙の所定の欄に答えよ。

(1) $p = 7$ とする。このとき $\overline{2020} = \boxed{\text{テ}}$ 、 $\overline{-100} = \boxed{\text{ト}}$ である。

(2) $p = 7$ とする。 a, b はそれぞれ $1 \leq a \leq 6$, $1 \leq b \leq 6$ を満たす整数とする。

下の表で、 a 行 b 列の欄に $\overline{ab}$ を記入することによってすべての空欄を埋めるとき、
(a), (b), (c)に入る数の組み合わせを下の①～⑧から選び、その番号を答えよ。

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3			
2	2	4		1		5
3	3	6	2	5		
4				(a)	6	
5		3	1		(b)	(c)
6			4	3		1

- ① (a) 1 (b) 2 (c) 2 ⑤ (a) 2 (b) 2 (c) 2
 ② (a) 1 (b) 2 (c) 4 ⑥ (a) 2 (b) 2 (c) 4
 ③ (a) 1 (b) 4 (c) 2 ⑦ (a) 2 (b) 4 (c) 2
 ④ (a) 1 (b) 4 (c) 4 ⑧ (a) 2 (b) 4 (c) 4

(3) p は素数とする。どんな整数 a, b についても $\overline{ab} = \overline{a\overline{b}}$ であることを示せ。

(4) p は素数とする。 $\overline{a} \neq 0$ ならば、ある整数 b を選んで $\overline{ab} = 1$ とできることを示せ。

(5) a は整数で 7 の倍数ではないとする。このとき $a^6 - 1$ は 7 の倍数であることを示せ。

以 上

