２０２０年度一般入学試験問題

数　　学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には**計 3 問**の問題が**数 1～数 4 ページ**に記載されています。 落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には，必ず鉛筆（黒，「HB」「B」程度）またはシャープペンシル（黒，「HB」「B」程度）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし，解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の (1) から (3) までの各問いに答えよ。途中の式や考え方等も記入すること。ただし，(1) の (a) は答えのみでもよい。

(1) 正の整数 n に対して，以下の問いに答えよ。ただし，$0! = 1$，$x^0 = 1$ とする。

(a) 次の関数を微分せよ。

$$y = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} x^k$$

(b) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{x^n}{\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} x^k}\, dx$$

(2) $0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たす θ のどんな値に対しても，不等式 $\sin^2\theta + 2k\cos\theta + k - 2 < 0$ が成り立つような定数 k の値の範囲を求めよ。

$\boxed{1}$ （続き）

(3) 次の場合について，4 個の玉を 6 つの箱に入れる方法は何通りあるか。

(a) 玉も箱も，それぞれ互いに区別できる。

(b) 玉も箱も，それぞれ互いに区別できない。

(c) 玉は互いに区別できるが，箱は互いに区別できない。

(d) 玉は互いに区別できないが，箱は互いに区別できる。

(e) 上記 (d) において，さらに，1 つの箱に 1 つの玉しか入らない場合。

2 複素数平面上で3点A(α)，B(β)，C(γ)を頂点とする△ABCがある。辺BCに関して点Aと反対側に点Dをとり辺BCを一辺とする正三角形BCDを△ABCの外側に作る。同様にして，辺CAに関して点Bと反対側に点Eをとり辺CAを一辺とする正三角形CAEを，辺ABに関して点Cと反対側に点Fをとり辺ABを一辺とする正三角形ABFを，それぞれ△ABCの外側に作る。△BCD，△CAE，△ABFの重心を，それぞれ，M，N，Pとするとき，以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) ある点zを原点Oを中心に$\dfrac{\pi}{3}$だけ回転した点を表す複素数をωzとする。$\omega^2 = \omega - 1$となることを示せ。

(2) △DEFの重心を求めよ。

(3) AD = BE = CF となることを示せ。

(4) △MNPは正三角形となることを示せ。

3 以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) n を自然数として，次の不等式を証明せよ。

$$2 \leqq \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3$$

(2) 次の 2 つの数の大小を，不等号を用いて表せ。

$300!$， 100^{300}

(3) 次の 2 つの数の大小を，不等号を用いて表せ。

2020^{2020}， 2021^{2019}