一般後

医

2020年度

一般後期入学試験

数　　学

注意事項

1．問題１はマークシートに解答しなさい。

2．問題２，問題３は記述用解答用紙に記載されている指示に従って解答しなさい。
得点欄，および裏面には何も書いてはいけません。

3．<u>解答上の注意は裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい</u>。ただし，試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

マークシートの記入について(注意事項)

1. 解答の作成には，H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。
   よい解答例 ●（正しくマークされている）
   悪い解答例 ◉ ⊖（マークが部分的で解答とみなされない）
2. 解答を修正する場合は，必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。
   鉛筆の色が残っていたり，「⊗」のような消し方などをした場合は，修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は，折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないよう特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例（右図）参照 》
   ① 受験番号を数字で記入する
   ② 受験番号の数字を正しくマークする
   正しくマークされていない場合，採点できないことがあります。

― 受験番号記入例 ―
受験番号1001の場合

注：選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

マークシート解答上の注意

1．問題1の解答は，マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。

2．問題文中の $\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）または数字(0～9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

3．解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは，解答を右詰めで記載し，上位の桁は 0 をマークしなさい。
例えば，$\boxed{アイウ}$ に 25 と答えたいときは，025 として答えなさい。

4．分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。
例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。
また，それ以上約分できない形で答えなさい。
例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a-1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a-2}{6}$ のように答えてはいけません。

5．根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

記述式問題解答上の注意

問題2，問題3の解答において，答えが分数となるときには既約分数とし，分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また，根号の中に現れる自然数が最小となる形とし，根号をはずせる場合にははずしなさい。

問題 1

次の問いに答えよ。

(1) $x = 46656$ のとき，$e^{2\log x} = y^3$ を満たす実数 y は $\boxed{\text{アイウエ}}$ である。

(2) ある会社で同じ製品を 2 つの工場 X，Y で製造していて，製品に不良品が含まれる確率は，工場 X では 2 %，工場 Y では 1 %である。工場 X の製品と工場 Y の製品を 5 : 2 の割合で混ぜた大量の製品の中から 1 個を取り出したところ，それが不良品であったとき，それが工場 X で製造された製品である確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{a\sqrt{x+13}-b}{x-3} = \frac{1}{4}$ が成り立つような実数 a，b は，$a = \boxed{\text{キ}}$，$b = \boxed{\text{ク}}$ である。

(4) $z = 1-\sqrt{3}\,i$ のとき，$z^7 + az^5 - b = 0$ が成り立つような実数 a，b は，$a = \boxed{\text{ケ}}$，$b = \boxed{\text{コサシ}}$ である。

(5) $f(x) = \dfrac{\sin x}{\sin x + 2\cos x}$ のとき，$f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$，$\dfrac{1}{4}f'\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = \boxed{\text{ソタ}} - \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(6) 正六面体のさいころと正八面体のさいころが 1 つずつある。正六面体のさいころの各面には 1 から 6 までの異なる整数がそれぞれ 1 つずつ書かれてあり，正八面体のさいころの各面には 1 から 8 までの異なる整数がそれぞれ 1 つずつ書かれてある。この 2 つのさいころを同時に投げて，正八面体のさいころの出た目を a，正六面体のさいころの出た目を b とする。方程式 $ax^2 + bx + 1 = 0$ が異なる実数解をもつ確率は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(7) xy 平面上の双曲線 $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ 上に点 $\mathrm{P}(p, 4)$ をとる (ただし $p > 0$)。この双曲線の 2 焦点を F，F′ とすると，∠FPF′ の二等分線と x 軸との交点は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, 0\right)$ である。

(8) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^7 x}dx = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(9) $f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ について，$1 < x < 2$ の範囲のすべての x に対して $f(x) > 0$ であるための a の値の範囲は $a \geqq \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

(10) n 段の階段を上がるのに，1 歩で 1 段または 2 段または 3 段上がることができるとする。$n = 12$ のとき，上がり方は $\boxed{\text{ホマミ}}$ 通りある。

(11) 三角形 ABC において，AB$=8$，BC$=5$，CA$=7$ のとき，三角形 ABC の外心を P とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \boxed{\text{ムメ}}$ である。

問題２

A，B，C の３人がおり，そのうち１人が１個のボールを持っている。３人のうちボールを持っていない２人がゲームを行い，勝った人がボールを持っていた人からボールを受け取るという試行を繰り返す。A が B に勝つ確率，A が C に勝つ確率，および C が B に勝つ確率はいずれも $\dfrac{2}{3}$ であり，引き分けはない。

最初に A がボールを持っている場合に，n 回の試行が行われた後で A，B，C がボールを持っている確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n とする。$a_n + b_n + c_n = 1$ に注意して次の問いに答えよ。

(1) a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2) a_n，b_n を n の式で表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} c_n$ を求めよ。

問題3

平面上に，下図のように，一辺の長さが$\sqrt{3}$の正三角形ABCと，正三角形ABCをその重心Gのまわりに角度θ $(0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi)$ 回転させてできる正三角形A′ B′ C′がある。$\theta = 0$のときに頂点Aと頂点A′，頂点Bと頂点B′，頂点Cと頂点C′が各々重なっていて，$\theta = \frac{2}{3}\pi$のときに頂点A′が頂点Bに重なる向きに回転させるとする。$0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$のとき，辺ABと辺A′ C′との交点をPとする。$u = \tan\frac{\theta}{2}$とし，線分APの長さを$u$の関数$l(u)$とおく。また，正三角形ABCで囲まれる部分と正三角形A′ B′ C′で囲まれる部分の共通部分の面積をuの関数$S(u)$とおく。次の問いに答えよ。

(1) 線分AA′の長さをuの式で表せ。

(2) $l(u)$ を u の式で表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{u \to \sqrt{3}} l(u)$の値を求めよ。

(4) $S(u)$ を u の式で表せ。

(5) $S(u)$の増減を調べ，最小値とそのときのθの値を求めよ。