

2019年度一般入学試験問題

数 学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には計3問の問題が数1～数4ページに記載されています。落丁、乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には、必ず鉛筆（黒「HB」「B」程度）またはシャープペンシル（黒「HB」「B」程度）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし、解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	
------	--

1 次の (1) から (4) までの各問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 方程式 $4^x - 2^{x+2} + a^2 - 3a + 4 = 0$ が異なる 2 つの正の実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2a_n + 4}{a_n + 5}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(a) $b_n = a_n + 4$ とおくとき、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

(b) 一般項 a_n を求めよ。

1 (続き)

(3) $\triangle ABC$ に対して、点 P が等式 $\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしている。 $\triangle ABC$ の面積が 1 のとき、 $\triangle PAB$ の面積を求めよ。

(4) 何人かでじゃんけんを 1 回行うとき、以下の確率をそれぞれ求めよ。ただし、じゃんけんの手の出し方は、各人においてどれも同様に確からしいとする。

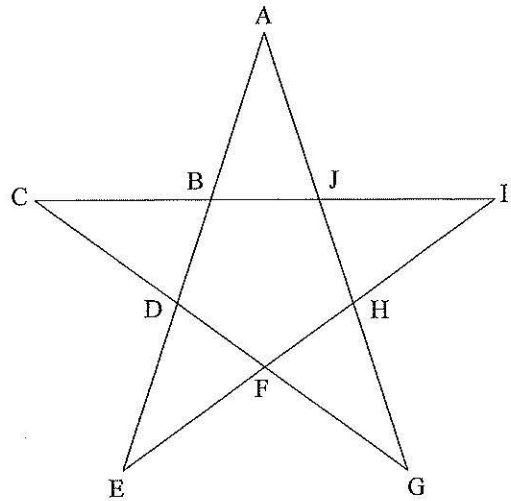
(a) 4 人でじゃんけんをし、2 人が勝って 2 人が負ける確率。

(b) 4 人でじゃんけんをし、あいこになる確率。

(c) n 人でじゃんけんをし、あいこになる確率。

2 下図のような五芒星^{ごぼうせい} ABCDEFGHIJ がある。AE = EI = IC = CG = GA であり、点 A, C, E, G, I は同一円周上にある。AE = 1 として、以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

- (1) $\triangle ABJ \equiv \triangle CBD$ を証明せよ。
- (2) 線分 AD の長さを求めよ。
- (3) 五芒星の面積を求めよ。
- (4) 線分 BD, DF, FH, HJ, JB を折り目として折り、五角形 BDFHJ を底面とする五角錐^{すい}を作る。この五角錐の体積を求めよ。



3 a を正の定数とするとき、関数 $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + a})$ について、以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) $f(x)$ と $f(-x)$ の関係式を求めよ。

以下、 $a = 1$ とする。

(2) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値、曲線の凹凸、および変曲点を調べて、そのグラフをかけ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_1 とする。また、曲線 $y = f(x)$ と y 軸および直線 $y = f(1)$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_2 とする。 $\frac{V_1}{V_2}$ を求めよ。