


# 2019 (平成31) 年度 一般前期入学試験 数 学

## 注意事項

1. 問題1はマークシートに解答しなさい。
2. 問題2, 問題3は記述用解答用紙に, 記載されている指示に従って解答しなさい。得点欄, および裏面には何も書いてはいけません。
3. 解答上の注意は裏表紙に記載してあるので, この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし, 試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

### マークシートの記入について(注意事項)

1. 解答の作成には, H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。  
 よい解答例 ● (正しくマークされている)  
 悪い解答例 ⊙ ⊖ (マークが部分的で解答とみなされない)
2. 解答を修正する場合は, 必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。  
 鉛筆の色が残っていたり, 「」のような消し方などをした場合は, 修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は, 折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないよう特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例(右図)参照 》
  - ① 受験番号を数字で記入する
  - ② 受験番号の数字を正しくマークする
 正しくマークされていない場合, 採点できないことがあります。

— 受験番号記入例 —  
受験番号1001の場合

受 験 番 号 欄			
千位	百位	十位	一位
1	0	0	1
○	●	●	○
●	○	○	●
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

注: 選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

### マークシート解答上の注意

1. 問題1の解答は、マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。
2. 問題文中の  $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$  などには、特に指示がないかぎり、符号（－，±）または数字（0～9）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
3. 解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは、解答を右詰めで記載し、上位の桁は0をマークしなさい。  
例えば、 $\boxed{\text{アイウ}}$  に25と答えたいときは、025として答えなさい。
4. 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a-1}{3}$  と答えるところを  $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a-2}{6}$  のように答えてはいけません。

5. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを  $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。

### 記述式問題解答上の注意

問題2，問題3の解答において、答えが分数となるときには既約分数とし、分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また、根号の中に現れる自然数が最小となる形とし、根号をはずせる場合にははずしなさい。

問題1 次の問いに答えよ.

(1)  $x$  を 0 以上の整数とする. 4 個の値からなるデータ 24, 49, 55,  $x$  の中央値は  $\boxed{\text{アイ}}$  通りある.

(2) 2019! の末尾には  $\boxed{\text{ウエオ}}$  個の 0 が続いて並ぶ.

(3)  $x > 0$  のとき,  $4x + \frac{1}{x}$  の最小値は  $\boxed{\text{カ}}$ ,  $16x^2 + \frac{1}{8x^4}$  の最小値は  $\boxed{\text{キ}}$  である.

(4) 三角形 ABC の辺 AB, BC, CA 上に

$$AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 1 : 5$$

となるように点 P, Q, R をとる. AQ と BR の交点を S, BR と CP の交点を T, CP と AQ の交点を U とするとき, 三角形 STU の面積は三角形 ABC の面積の  $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$  倍である.

(5) 原点 O からさいころを投げて出た目に従って  $xy$  平面上を進む. 出た目が 1 のとき  $x$  方向に +1, 2 または 3 のとき  $x$  方向に -1, 4 のとき  $y$  方向に +1, 5 または 6 のとき  $y$  方向に -1 進むとする. サイコロを 2 回続けて投げた後で原点 O にいる確率は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ ,

4 回続けて投げた後で原点 O にいる確率は  $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である.

(6) 実数  $k$  に対して  $xy$  平面上の 2 つの曲線  $y = x^3 - x^2 + 2x$  と  $y = \frac{1}{2}x^2 - k$  が共有点を 1 つだけ持ち, この共有点でのそれぞれの曲線の接線が直交するとき,  $k = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$  である.

(7)  $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{3}{2}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{4}$  のとき,  $\cos(\alpha - \beta) = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$  である.

(8) 原点を O とする平面上に  $\triangle ABC$  がある.  $\triangle ABC$  の 3 頂点 A, B, C に対し

$10\vec{OA} + 5\vec{OB} + 4\vec{OC} = \vec{0}$  が成り立つとき,  $\triangle OAB$  の面積は  $\triangle ABC$  の面積の  $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$  倍である.

(9)  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$  のとき,  $f'(\log 5) = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$  である.

(10) 複素数平面上を点 P( $z$ ) が

$$|60z - 2| = 1$$

を満たすように動く. 原点 O(0) を始点とする半直線 OP 上に  $OP \cdot OQ = 1$  となるように点 Q( $w$ ) をとるとき, 点 Q は半径  $\boxed{\text{ヘホ}}$  の円を描く.



## 問題 2

実数  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲で動くとき,  $xy$  平面において

$$x(x - 2t) + y\{y - 2(1 - t)\} = 0$$

で与えられる曲線が通過しうる部分を  $D$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $D$  を図示せよ.
- (2)  $D$  の面積  $S$  を求めよ.
- (3)  $D$  のうち  $y \geq 0$  の部分を  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ.



### 問題 3

自然数  $k, n$  に対して  $S_k(n) = 1^k + 2^k + \cdots + (n-1)^k + n^k$  とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数  $n$  に対して  $S_1(n) = \frac{n(n+1)}{2}$  が成り立つことを証明せよ.
- (2) すべての自然数  $n$  に対して  $S_2(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  が成り立つことを証明せよ.
- (3) すべての自然数  $n$  に対して  $S_4(n) = S_2(n)\{aS_1(n) + b\}$  を満たす実数の定数  $a, b$  が存在することを証明せよ.

