2019（平成31）年度

一般後期入学試験

数　　学

注意事項

1．問題１はマークシートに解答しなさい。

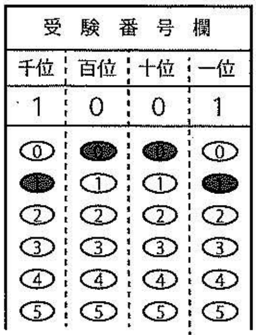
2．問題２，問題３は記述用解答用紙に，記載されている指示に従って解答しなさい。
得点欄，および裏面には何も書いてはいけません。

3．解答上の注意は裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

マークシートの記入について（注意事項）

1. 解答の作成には，H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。
   よい解答例 （正しくマークされている）
   悪い解答例 （マークが部分的で解答とみなされない）
2. 解答を修正する場合は，必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。
   鉛筆の色が残っていたり，「 」のような消し方などをした場合は，修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は，折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないよう特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例（右図）参照 》
   ① 受験番号を数字で記入する
   ② 受験番号の数字を正しくマークする
   正しくマークされていない場合，採点できないことがあります。

－ 受験番号記入例 －
受験番号1001の場合



注：選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

一般後　医　数

マークシート解答上の注意

1．問題１の解答は，マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。

2．問題文中の $\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）または数字(0〜9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

3．解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは，解答を右詰めで記載し，上位の桁は０をマークしなさい。

例えば，$\boxed{アイウ}$ に 25 と答えたいときは，025 として答えなさい。

4．分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a-1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a-2}{6}$ のように答えてはいけません。

5．根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

記述式問題解答上の注意

問題２，問題３の解答において，答えが分数となるときには既約分数とし，分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また，根号の中に現れる自然数が最小となる形とし，根号をはずせる場合にははずしなさい。

問題1　次の問いに答えよ.

(1) 1から2019までの整数で，4で割り切れる整数の個数は $\boxed{アイウ}$ 個，4または6で割り切れる整数の個数は $\boxed{エオカ}$ 個，4または6または10で割り切れる整数の個数は $\boxed{キクケ}$ 個である.

(2) $x \geqq 0, y \geqq 0, x+2y=7$ のとき，$\dfrac{x}{1+2y}+\dfrac{2y}{1+x}$ の最大値は $\boxed{コ}$，最小値は $\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}$ である.

(3) 2つの変量 x, y の測定結果が下の表のようになった．このとき，x の分散は $\boxed{セソ}$，y の分散は $\boxed{タチ}$，x と y の共分散は $\boxed{ツテ}$ である．また，x と y の相関係数を分数で表すと $\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ である.

x	24	6	12	18
y	18	6	0	12

(4) さいころを4回投げ，出た目を順に a_1，a_2，a_3，a_4 とする．このとき，座標平面上で2直線 $a_1x+a_2y+1=0$，$a_3x+a_4y-1=0$ が平行になる確率は $\dfrac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネノハ}}$ である.

(5) $\overrightarrow{a}=(3,11,20)$，$\overrightarrow{b}=(8,-3,-4)$ と実数 t に対し，$|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}|$ の最小値は $\boxed{ヒフ}$ である.

(6) 1辺の長さが6の正八面体のすべての面に接する球の体積は $\boxed{ヘ}\sqrt{\boxed{ホ}}\,\pi$ である.

(7) $\cos 20^\circ \cos 140^\circ \cos 260^\circ = \dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$ である.

(8) 次の数列の第2019項は $\boxed{ムメモラ}$ である.

$$1,1,2,2,3,4,4,5,6,7,7,8,9,10,11,\cdots$$

ただし，この数列を，下のように区画に分けたとき，第 n 番目の区画の最後の数と第 $n+1$ 番目の区画の最初の数は等しい.

$$1 \mid 1,2 \mid 2,3,4 \mid 4,5,6,7 \mid 7,8,9,10,11 \mid \cdots$$

(9) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{4\theta\sin\theta}=\frac{\boxed{リ}}{\boxed{ル}}$ である．ただし，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ である.

(10) $x>1$ のとき，関数 $f(x)$ は等式 $\displaystyle\int_4^{x^3+3} f(t)dt=\log x$ を満たす．このとき，$f(6)=\dfrac{\boxed{レ}}{\boxed{ロ}}$ である.

問題 2

a_1, a_2, $\cdots$, a_n を正の実数とするとき，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{a_1+a_2}{2} \geqq \sqrt{a_1a_2}$ を証明せよ．また，等号が成り立つのはどのようなときか．

(2) (1) より，$\dfrac{a_1+a_2}{2} \geqq \sqrt{a_1a_2}$，$\dfrac{a_3+a_4}{2} \geqq \sqrt{a_3a_4}$ となることを利用して，
$\dfrac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4} \geqq \sqrt[4]{a_1a_2a_3a_4}$ を証明せよ．また，等号が成り立つのはどのようなときか．

(3) (2) で，$a_4 = \dfrac{a_1+a_2+a_3}{3}$ とおくことにより，$\dfrac{a_1+a_2+a_3}{3} \geqq \sqrt[3]{a_1a_2a_3}$ を証明せよ．また，等号が成り立つのはどのようなときか．

(4) (2) と (3) の証明の考え方を利用して $\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n} \geqq \sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$ を証明する方法の概略を，数行程度で述べよ．

問題3

座標空間に4点$\mathrm{O}(0,0,0)$，$\mathrm{A}(1,0,0)$，$\mathrm{B}(0,1,0)$，$\mathrm{C}(0,0,1)$を頂点とする四面体OABCがある．この四面体の内部に動点$\mathrm{P}(t,t,t)$があるとき，次の問いに答えよ．

(1) tのとりうる値の範囲を求めよ．

(2) $\triangle\mathrm{OAP}$の面積をtを用いて表せ．

(3) $\triangle\mathrm{ABP}$の面積をtを用いて表せ．

(4) $\triangle\mathrm{OAP}$と$\triangle\mathrm{ABP}$の面積の和Sが最小となるときのtの値を求めよ．