平成２９年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題冊子	３ ～ ９ 頁
解答用紙	１ ～ ２ 頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
６．質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。
７．問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。
８．試験開始６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。
９．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
１０．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
１１．その他、監督者の指示に従うこと。
１２．問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。

受験番号		氏　名	

$\boxed{1}$ 以下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる適切な数を所定の欄に記入しなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1+n+n^2+n^3}{1^2+2^2+\cdots\cdots+(n-1)^2+n^2}$ の値を求めると $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 複素数平面上に原点 O と点 $A_0\left(\cos\left(-\dfrac{2\pi}{9}\right)+i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{9}\right)\right)$ がある．点 A_0 を原点のまわりに $\dfrac{13}{18}n\pi\ (n=1, 2, 3, \ldots\ldots)$ 回転した点を A_n とする．A_{37} を表す複素数は $\boxed{\text{イ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(3) xy 平面上に2つの曲線 $C_1: y=\dfrac{5}{3}x^2+2x-27$ と $C_2: y=-\dfrac{4}{3}x^2-4x+18$ がある．曲線 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 半径 1 の球に内接する円錐の体積の最大値は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(5) 1から 9 までの数字が書かれたカードが，それぞれ 4 枚ずつある．同時に 4 枚のカードを引くとき，その数の和が 11 以下の素数になる組み合わせは $\boxed{\text{オ}}$ 通りである．ただし、同じ数字のカード 4 枚は色分けされており区別できるものとする．

$\boxed{2}$ 次の文章の $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる適切な式と $\boxed{\text{キ}}$ 〜 $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまる適切な数を所定の欄に記入しなさい．また，設問(2)の解答を所定の欄に記入しなさい．

(1) 正 n 角形の一つの内角の大きさを n を用いた式で表すと $\boxed{\text{カ}}\times 180^\circ$ となる．各面が正 n 角形の正多面体において，一つの頂点に集まる面の数を m とする．このとき，$\boxed{\text{カ}}\times 180^\circ \times m < 360^\circ$ となる．これより

$$(n-2)(m-2) < \boxed{\text{キ}} \quad \cdots\cdots ①$$

となる．

(2) (1) の式 ① を満たす自然数の組 (n, m) をすべて求めよ．

(3) サッカーボールのような凸多面体があり，その各頂点には 1 枚の正五角形と 2 枚の正六角形が集まっている．この凸多面体の面のうち正五角形は a 枚，正六角形は b 枚である．この多面体の頂点の数 v，辺の数 e を b を用いて表すと

$$v = \boxed{\text{ク}}\, b$$

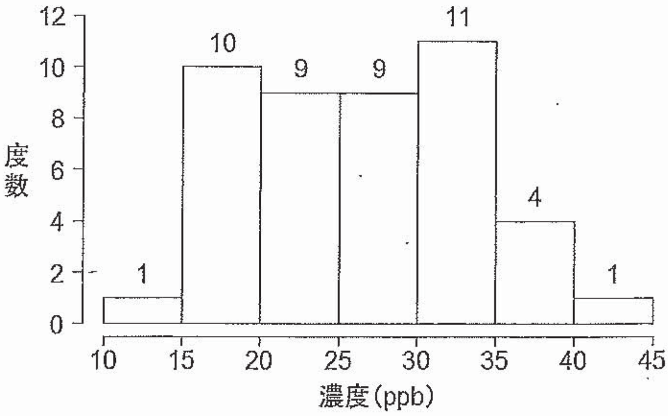
$$e = \boxed{\text{ケ}}\, b$$

となる．また，頂点の数 v は a を用いて

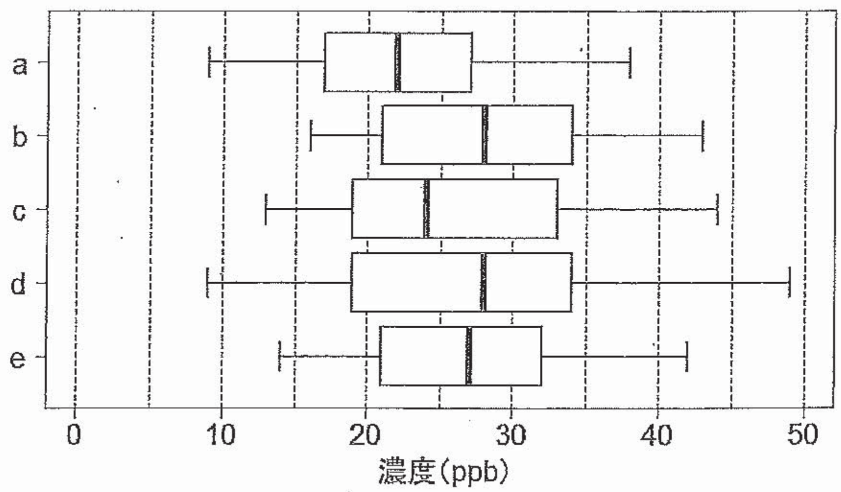
$$v = \boxed{\text{コ}}\, a$$

とも表される．以上より $b = \boxed{\text{サ}}$ となる．

3 ある物質の大気中の濃度の年平均値（単位：ppb）を都市部 20 地点と郊外 25 地点で調査した．この物質の全 45 地点の濃度を下図のヒストグラムで表した．この物質の濃度の平均は 27.00，分散は 47.00 であった．
以下の設問(1) ～ (4) の解答を所定の欄に記入しなさい．



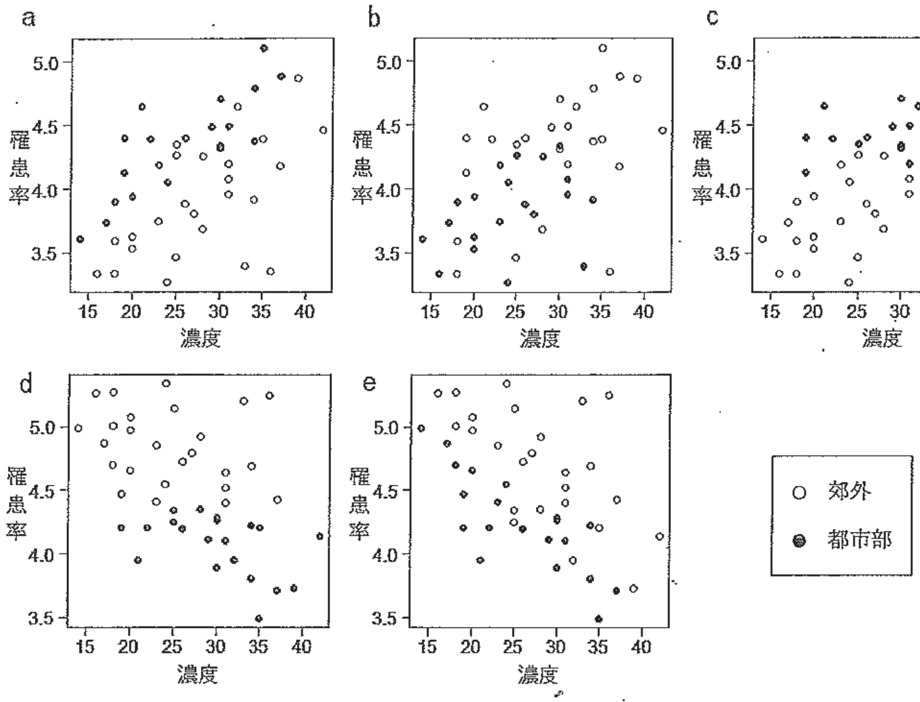
(1) このデータの箱ひげ図として最も適切なものを次の a ～ e のうちから一つ選べ．



(2) この物質の郊外 25 地点の濃度の平均は 24.60，分散は 40.00 であった．この物質の都市部 20 地点の濃度の平均と分散を小数第 2 位まで求めよ．必要であれば小数第 3 位を四捨五入せよ．

(3) この物質の濃度とある疾患の罹患率(注)との相関係数は全 45 地点で 0.50，都市部 20 地点で 0.48 であった．濃度と罹患率の散布図として最も適切なものを次の a ～ e のうちから一つ選べ．ただし，白丸は郊外，黒丸は都市部を表すものとする．

(注) 罹患率：1年間に，ある疾患にかかる人数を表す指標.



(4) (3)の結果をもとに，この物質の濃度とある疾患の罹患率について考察することにした．以下のA ～ E の考察のうち適切なものをすべて選べ．また，適切なものがないときは解答欄に X のみを記入せよ．

A. 全 45 地点での相関係数は，都市部 20 地点の相関係数よりも大きい．これは，全 45 地点の罹患率が都市部の罹患率より高い傾向であることを意味している．

B. 濃度と罹患率の相関係数は 0.50 で，正の相関関係があると考えられる．これは濃度が低い地点よりも高い地点で罹患率が高い傾向であることを意味している．

C. 濃度が一番高い地点は都市部である．

D. 濃度と罹患率の相関係数は都市部で 0.48，都市部と郊外をあわせると 0.50 であることから，郊外での相関係数が 0.50 より大きいことがわかる．

E. 罹患率が 4.0 を超えている地点の個数は都市部が郊外よりも多い．

$\boxed{4}$ 実数全体で定義された関数 $f(x)$ のとる値は実数で，次の３条件（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）を満たすと仮定する．

（ⅰ） どんな実数 a, b についても $f(a+b)=f(a)+f(b)$ である．

（ⅱ） どんな実数 a, b についても $f(ab)=f(a)f(b)$ である．

（ⅲ） $f(1)\neq 0$ である．

このとき，以下の命題の証明を解答用紙の所定の箇所に述べなさい．

(1) $f(0)=0$ である．

(2) $f(1)=1$ である．

(3) どんな正の整数 n についても $f(n)=n$ である．

(4) どんな正の有理数 q についても $f(q)=q$ である．

(5) どんな正の実数 t についても $f(t)>0$ である．

以　上