

平成 29 年度 入学試験問題

数 学 問 題 用 紙 (前期)

試験時間	90分
問題用紙	1 ～ 10 頁

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても、または試験を放棄する場合でも、試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り、鞆の中にしまうこと。
5. 机上には、受験票と筆記用具（鉛筆、シャープペンシル、消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓、コンパス、定規等は使用できない。）
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問、トイレ、体調不良等で用件のある場合は、無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は、問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は、試験の一切を無効とし、試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後、解答用紙は裏返し、問題用紙は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏 名	
-----	--

[I] 数列 $\{a_n\}$ が次の式で定められるとき、以下の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} \quad (n = 1, 2, \dots), \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

問1 a_n を n の式で表せ。

問2 $\sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} a_{k+2}$ を n の式で表せ。

問3 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2}$ の値を求めよ。

(計 算 用 紙)



[Ⅱ] $\theta = \frac{\pi}{7}$ に対して複素数 z を $z = \cos \theta + i \sin \theta$ (i は虚数単位) と置くとき, 以下の各問の答えのみを解答用紙に記せ。

問1 z^7 の値を求めよ。

問2 $z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z$ の値を求めよ。

問3 $\cos \theta$ を z を用いて表せ。

問4 $\cos 2\theta$ を z を用いて表せ。

問5 $\cos 3\theta$ を z を用いて表せ。

問6 $\cos \theta \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 3\theta$ の値を求めよ。

問7 $\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta$ の値を求めよ。

(計 算 用 紙)



[III] 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\pi}}^x \frac{(x^2 + \sqrt{\pi}t)e^{t^2}}{(x^3 - \sqrt{\pi}x^2 + \pi x - \pi\sqrt{\pi})t^2 \log t} dt$$

(計 算 用 紙)



[IV] 大小 2 つのサイコロを振って出た目をそれぞれ m, n とする。 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $m:n$ に内分する点を C 、辺 OB を $n:m$ に内分する点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。また $\triangle OAB, \triangle EAB$ の面積をそれぞれ S, T とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1 $\frac{T}{S}$ を、 m, n を用いて表せ。

問 2 $\frac{T}{S}$ の最大値を M とするとき M の値を求めよ。また $\frac{T}{S} = M$ となる確率を求めよ。

問 3 $\frac{T}{S}$ の最小値とそのときの (m, n) の組を求めよ。

(計 算 用 紙)



[V] xy 平面上に、原点を中心とし共通の焦点を持つ 2 つの楕円 A, B がある。これらの長軸はともに x 軸上にあり、それらの長さはそれぞれ $2a, 2b$ (a, b は $a > b > 0$ を満たす定数) である。 x 座標が正および負の焦点をそれぞれ F, F' とする。 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対して、 A, B 上にそれぞれ 2 点 P, Q を、次を満たすようにとる。

$$\angle PFF' = 2\theta, \quad \angle QFF' = \theta, \quad 2 \text{ 点 } P, Q \text{ の } y \text{ 座標は正}$$

原点と焦点との距離を d (d は $d > 0$ を満たす定数) とし、線分 PF, QF の長さをそれぞれ p, q とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1 p を、 a, d, θ を用いて表せ。また q を、 b, d, θ を用いて表せ。

問 2 $\frac{q}{p}$ が最大値をとるための a, b の条件を求めよ。またその場合の d の値の範囲を、 a, b を用いて表せ。

問 3 $\frac{q}{p}$ は最小値をとらないことを証明せよ。

(計 算 用 紙)

