

基礎学力テストⅡ（全1の1）

- [1] 実数 x, y について, $x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y = 0$ が成り立つとき, xy のとりうる値の範囲を求めよ。
- [2] 複素数 z は, 方程式 $z^3 - 3z^2 + 2z - 24 = 0$ を満たす。このとき, $z^5 - 39z^2 - 54z - 160$ の実部の最小値はいくらか。
- [3] 2次方程式 $2x^2 - 4x - 2a + 1 = 0$ が異なる2つの偶数解をもつ時, a がとりうる値を小さい順に並べた数列 $\{a_n\}$ を考える。次の問いに答えよ。ただし, a は実数, n は正の整数とする。また0は偶数とする。
- (1) a_1 の値を求めよ。
 - (2) a_n を n を用いて表せ。
 - (3) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

- [4] $x > 0, y > 0$ のとき, $s = \log_{\frac{1}{2}} x, t = \log_{\frac{1}{2}} y$ において, 次の4つの条件を考える。

条件1: $4x \leq 1$

条件2: $y \leq 16x^2$

条件3: $256x^2y \leq 1$

条件4: $\log_{\frac{1}{2}}(xy^2) \leq 32$

このとき, 次の問いに答えよ。簡単な形にできる場合には, 対数は整数や分数の形に直すこと。

- (1) 条件1を満たす s の範囲はどのように表わされるか。
- (2) 条件2が成り立つとき, $t - 2s$ の取りうる範囲はどのように表わされるか。ただし $t > 0$ とする。
- (3) 4つの条件がすべて成り立つとき, $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y$ の最大値はいくらか。
- (4) 4つの条件がすべて成り立つとき, $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y$ が最小値をとるときの x と y の値はいくらか。

- [5] 平面において2定点 $A(2, 4), B(1, 5)$ と点 $P(x, y)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $|\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP}| = 4$ を満たす図形の方程式を求めよ。

(2) $|\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP}| \leq 4$ と $|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}| \leq 2$ を同時に満たす領域の面積を求めよ。