

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. x, y を1以上の整数とする。

(1) $xy = 12$ を満たす x, y の組み合わせをすべて求めると $(x, y) =$ ① となる。

(2) $xy + 2x - y - 14 = 0$ を満たす x, y の組み合わせをすべて求めると $(x, y) =$ ② となる。

(3) $\frac{4}{x} - \frac{5}{y} + 1 = 0$ を満たす x, y の組み合わせをすべて求めると $(x, y) =$ ③ となる。

2. $0 \leq x \leq \pi$ のとき、 $f(x) = \int_x^{2x} \sin 2t \, dt$ は $x =$ ④ で最小値 ⑤ をとる。また、最大値は ⑥ である。

3. $a_n = n^2 - n + 1$ で定められる数列 $\{a_n\}$ があり、 $b_k = a_{3k-1}$ と定められる数列を $\{b_k\}$ とする。ただし、 n と k は1以上の整数とする。

b_k が3桁の整数であるとき、 k の最小値を ℓ 、最大値を m とすると $\ell =$ ⑦ であり、 $m =$ ⑧ である。このとき、 $\sum_{k=\ell}^m b_k =$ ⑨ となる。

4. xy 座標平面上の4つの点が $(x_n, y_n) = \left(\cos\left(\theta + \frac{n\pi}{2}\right), c + \sin\left(\theta + \frac{n\pi}{2}\right) \right)$, ($n = 0, 1, 2, 3$) で与えられるとき、これら4つの点を順に結んでできる正方形を考える。ただし、 c は実数、 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。

(1) この正方形の1辺の長さは ⑩ である。

(2) どのような θ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$) の値に対しても、この正方形が x 軸と共有点をもつ c の範囲は ⑪ である。

(3) $c = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、この正方形が x 軸と共有点をもつ θ の範囲は ⑫ である。

5. 毎回、同じ確率で A, B, C, D のいずれかの記号が出るクジがある。

(1) 4回引いて、4種類がすべて出る確率は ⑬ である。

(2) 5回引いて、いずれか2種類のみが出る確率は ⑭ である。

(3) 5回目に初めて4種類がすべて出る確率は ⑮ である。

6. 次の計算をなさい。

(1) $x > 0$ のとき、 $\frac{d}{dx}(x^{\cos x}) =$ ⑯

(2) 不定積分 $\int \frac{4}{x^7(x^{-6} + 1)^{\frac{1}{3}}} dx =$ ⑰