

※学士は設問【1】は必須、  
【2】又は【3】はどちらか  
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の  にあてはまる答を求めよ。

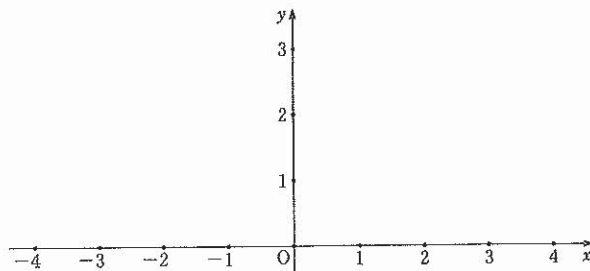
- (1)  $a, b$  を定数とする。整式  $x^3 - 4x^2 + ax + b$  を  $(x-1)^2$  で割った余りが1であるとき、 $a$  の値は 、 $b$  の値は  である。
- (2)  $x = \sin \theta + \cos \theta$ ,  $y = \sin^3 \theta + \cos^3 \theta + 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) + 6 \sin \theta \cos \theta - 9 (\sin \theta + \cos \theta)$  とおく。 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $x$  のとり得る値の範囲は  であり、 $y$  を  $x$  を用いて表すと  $y =$   となる。さらにこのとき、 $y$  のとり得る値の範囲は  である。
- (3) 3点  $A(-3, 6)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $C(4, 7)$  を通る円の中心の座標は  であり、半径は  である。この円と直線  $y = 2x + k$  の共有点の個数が2個であるとき、定数  $k$  のとり得る値の範囲は  である。
- (4) ボタンを押すたびに「あたり」か「はずれ」のいずれか一方だけを画面に表示する機械があり、この機械は以下の規則に従って動く。  
規則 1. 1回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率は  $\frac{2}{3}$  である。  
規則 2. ボタンを押して「あたり」が表示されたとき、次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は  $\frac{2}{3}$  である。また、ボタンを押して「はずれ」が表示されたとき、次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は  $\frac{1}{6}$  である。  
各自然数  $n$  に対して、 $n$  回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率を  $a_n$  とする。このとき、 $a_1 = \frac{2}{3}$ ,  $a_2 =$  ,  $a_3 =$   であり、数列  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n =$   である。
- (5) 実部が正で虚部が負である複素数  $z$  が  $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$  を満たすとする。このとき、 $z^4$  を極形式で表すと  $z^4 =$   であり、 $z$  の値は  である。2つの複素数  $0, z$  を表す複素数平面上の点をそれぞれ  $O, A$  とし、線分  $OA$  の中点を表す複素数を  $w$  とおくと、 $w^{2017} + (\bar{w})^{2017}$  の値は  である。また、 $1 + z + z^2 + z^3 + z^4$  の値は  である。

【2】  $C$  は直線  $x = 1$  を軸とする上に凸な放物線であり、原点  $O$  を通るとする。 $C$  と曲線  $y = 2x\sqrt{x}$  の2個の共有点のうち  $O$  以外のものを  $A(a, 2a\sqrt{a})$  とおく。 $C$  と曲線  $y = 2x\sqrt{x}$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とし、 $C$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $T$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 放物線  $C$  の頂点の  $y$  座標を  $a$  を用いて表せ。また、 $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2)  $S$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $2S = T$  となる  $a$  の値がただ1つ存在することを証明せよ。

【3】  $C$  を方程式  $x^2 + y^2 - |\sqrt{3}x + y| - |\sqrt{3}x - y| = 0$  ( $y > 0$ ) の表す曲線とし、 $b$  を  $C$  と直線  $y = b$  が6個の共有点をもつような定数とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線  $C$  の概形をかけ。また、 $b$  のとり得る値の範囲を求めよ。



- (2) 曲線  $C$  と直線  $y = ax + b$  が6個の共有点をもつような定数  $a$  のとり得る値の範囲を  $f(b) < a < g(b)$  とおく。 $b$  が(1)で求めた範囲を動くとき、 $g(b) - f(b)$  が最大値をとる  $b$  の値を求めよ。