医学部 ［一般・学士］ ～第１次試験～ 数学

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間	80分

注意事項　1. 数学(一般)の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. ［2］，［3］は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の $\boxed{}$ にあてはまる答えを下の解答欄に記せ。

(1) a と θ を実数とし，２次方程式 $x^2-\sqrt{7}\,ax+3a^3=0$ の２つの解を $\sin\theta$，$\cos\theta$ とする。このとき，a の値は $\boxed{(ア)}$ または $\boxed{(イ)}$ である。ただし，$\boxed{(ア)} < \boxed{(イ)}$ とする。さらに，$0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{4}$ であれば，$\sin\theta=\boxed{(ウ)}$ である。

(2) x，y，z を０以上の整数とする。このとき

(i) $x+y+z=9$ を満たす x，y，z の組の総数は $\boxed{(エ)}$ である。

(ii) $x+y+z\leqq 9$ を満たす x，y，z の組の総数は $\boxed{(オ)}$ である。

(iii) $x+y+z\leqq 9$ を満たす x，y，z の組のうち，x，y，z がすべて相異なるものの総数は $\boxed{(カ)}$ である。

(3) a を $0\leqq a\leqq 1$ を満たす定数とする。直線 $y=1-x$ と x 軸，y 軸で囲まれた図形を直線 $y=a$ の周りに１回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする。このとき $V(a)$ は，$0\leqq a<\frac{1}{2}$ ならば $\boxed{(キ)}$，$\frac{1}{2}\leqq a\leqq 1$ ならば $\boxed{(ク)}$ と a を用いて表される。また，$V(a)$ のとり得る値の範囲は $\boxed{(ケ)}$ である。

(4) １辺の長さが２の正四面体 OABC がある。辺 OA の中点を M，辺 OB の中点を N とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく。
このとき，$\cos\angle MCN$ の値は $\boxed{(コ)}$ である。また，頂点 O から平面 MNC に下ろした垂線と平面 MNC の交点を H とするとき，$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{OH}=\boxed{(サ)}\,\vec{a}+\boxed{(シ)}\,\vec{b}-\boxed{(ス)}\,\vec{c}$ である。さらに，直線 OH と平面 ABC の交点を F とするとき，$\frac{OH}{HF}$ の値は $\boxed{(セ)}$ である。

【2】 $AB=3$，$BC=5$，$CD+DA=12$ である四角形 ABCD が円に内接している。$CD=x$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $AC=3\sqrt{6}$ のとき，x の値を求めよ。

(2) x のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) 四角形 ABCD の面積の最大値を求めよ。

(4) 四角形 ABCD の４辺すべてが接する円が存在するとき，x の値を求めよ。

【3】 双曲線 $\frac{x^2}{2}-y^2=1$ に対し，双曲線上の点 $P(a,\ b)$ における接線を l とする。ただし，$a>0$ とする。

(1) l の方程式が $\frac{ax}{2}-by=1$ で与えられることを示せ。

(2) l に垂直な双曲線の接線 m が引けるための a の条件を求めよ。

(3) a が(2)の条件を満たすとする。双曲線上の点 $Q(c,\ d)$ における接線が l に垂直に交わるように点 Q を定める。ただし，$d>0$ とする。O を原点とするとき，△OPQ の面積を最小にする a の値を求めよ。