

※学士は設問【1】は必須、  
【2】又は【3】はどちらか  
選択

試験時間 80 分

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は 3 枚である。3 枚とも解答すること。
  2. 3 枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 つぎの  にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

- (1) 平行六面体 ABCD-EFGH において、辺 CG の G を越える延長上に  $CG = 3GP$  となるように点 P をとり、直線 AP と平面 BDE の交点を Q とする。このとき、 $2\vec{AP} = \text{(ア)} \vec{AB} + \text{(イ)} \vec{AD} + \text{(ウ)} \vec{AE}$ 、 $\vec{AQ} = \text{(エ)} \vec{AB} + \text{(オ)} \vec{AD} + \text{(カ)} \vec{AE}$  となる。
- (2) 関数  $f(x)$  を  $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$  とおく。
- (i) 関数  $f(x)$  は  $x = \text{(キ)}$  において極小値  $\text{(ク)}$  をとる。また、曲線  $y = f(x)$  の変曲点の  $x$  座標の値は  $\text{(ケ)}$  である。
  - (ii)  $k$  を定数とする。方程式  $f(x) = k$  の異なる実数解の個数が 3 個となるような定数  $k$  の値の範囲は  $\text{(コ)}$  である。
  - (iii) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積は  $\text{(サ)}$  である。
- (3) 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある。条件:  $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n - 4n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )
- (i)  $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) において、 $b_{n+1}$  と  $b_n$  の関係式を求めると、 $b_{n+1} = \text{(シ)} b_n - \text{(ス)}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) となる。ただし、 $\text{(シ)}$  と  $\text{(ス)}$  は定数とする。また、数列  $\{b_n\}$  の一般項は  $b_n = \text{(セ)}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で与えられる。
  - (ii) 数列  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n = \text{(ツ)}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で与えられる。
- (4) 楕円  $x^2 + 2y^2 = 2$  を  $C$  とおく。傾き  $m$  の直線  $y = mx + 3$  を  $l$  とおく。
- (i)  $C$  と  $l$  が共有点をもたないような  $m$  の値の範囲は  $\text{(タ)}$  である。
  - (ii)  $m$  が (i) で求めた範囲にある定数とする。点 P が  $C$  上を動くとき、P と  $l$  の距離の最大値と最小値を  $m$  を用いて表すと、最大値は  $\text{(チ)}$ 、最小値は  $\text{(ツ)}$  と表される。

【2】  $a, b, c, d$  は実数で、 $a \neq c$  とする。行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  で表される 1 次変換  $f$  によって点  $(1, 1)$  は点  $(3, 3)$  に移るとする。以下の問に答えよ。

(1) 行列  $A$  は逆行列  $A^{-1}$  をもつことを示せ。

(2) 逆行列  $A^{-1}$  によって表される 1 次変換  $f^{-1}$  が点  $(4, -1)$  を点  $(3, -2)$  に移すとき、行列  $A$  を求めよ。

答

---

(3) (2) で求めた行列  $A$  で表される 1 次変換  $f$  により、円  $x^2 + y^2 = 1$  上の点 P が移された点を Q とする。原点を O とおくと、2 つのベクトル  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  のなす角が  $\frac{\pi}{6}$  となるような点 P の座標をすべて求めよ。

答

---

【3】 以下の問に答えよ。

(1)  $0 < x < \pi$  のとき、 $x$  の方程式  $\frac{3 \cos x - 2}{\cos x - 1} = \frac{7}{3}$  を満たす  $x$  の値を求めよ。

答

---

(2)  $y = \frac{3 \cos x - 2}{\cos x - 1}$  とおく。  $x$  が  $0 < x < \pi$  の範囲を動くとき、 $y$  のとり得る値の範囲を求めよ。

答

---

(3)  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  のとき、 $x$  の方程式  $\frac{3 \cos x - 2}{\cos x - 1} = \sin x$  を満たす実数  $x$  の個数は 1 個であることを証明せよ。