入学試験問題（1次）

数　　学

平成28年1月25日　　　　9時00分—10時20分

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号上下2か所，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗りつぶせ。

1 整式 $2x^3 + ax^2 + bx - 4$ が，$2x + 1$ および $x - 4$ で割り切れるとき，$|a - b|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 関数 $y = 4^x + 4^{-x} - 2^{x+1} - 2^{1-x}$ は，$x = a$ のとき最小値 b をとる。
$|a + b|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 実数 m，n は，$m + n = 17$ を満たす。$2^m + 4^n$ を最小にする m，n の値をそれぞれ a，b とするとき，$\left|\dfrac{96\,a}{35\,b}\right|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 $\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \pi$ で，$6\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$ が成立しているとき，$-13(\sin 2x + \cos 2x)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 関数 $y = 4(\cos 2x - \cos x) + 7\sin^2 x + 3\cos^2 x$ について，最大値を M，最小値を m としたとき，$|M - m|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 整数 n は，$1 \leqq n \leqq 100$ を満たす。n，$n+2$，$n+4$ がすべて素数となる整数 n は，何個あるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7　不等式 $2|x|+3|y| \leqq 30$ の表す領域における点の座標を $(a,\ b)$ とする。a，b ともに整数となる点の個数を p としたとき，
$n < \dfrac{p}{100} < n+1$ となる自然数 n の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

8　a，b，c，d，e，f はすべて自然数とする $(a > b > c > d > e > f)$。
$a+f=b+e=c+d=16$ を満たす a，b，c，d，e，f の組 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f)$ の個数を N とする。$\dfrac{N}{7}$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

9　複素数 z は，$1+z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6+z^7+z^8+z^9=0$ を満たす。
$\dfrac{|z-2|^2+|z+2|^2}{5}$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

10 点zは複素数とする。点zは，原点Oを中心とする半径1の円上を動く。
$w = \dfrac{6z-1}{2z-1}$としたとき，$|w|$の最大値をM，最小値をmとする。
$3(M-m)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 不等式$\sqrt{ax+b} > x-2\ (a \neq 0)$を満たす$x$の範囲が，$3 < x < 6$となるとき，
$|a+b|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 円C：$(x-3)^2+(y+2)^2=2$と直線ℓ：$y=2x-7$について考える。円Cと直線ℓは，異なる2つの点A，Bで交わる。線分ABの長さをmとするとき，
$\sqrt{5}\,m$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 原点O(0，0)，点A(6，8)，点B(21，0)を頂点とする△OABについて考える。△OABの内接円の中心の座標を(p，q)とする。$\left|\dfrac{2p}{q}\right|$の値を求めよ。

㋐ 0　㋕ 1　㋚ 2　㋟ 3　㋤ 4
㋩ 5　㋮ 6　㋳ 7　㋶ 8　㋻ 9

14 3つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=5$，$|\vec{c}|=7$を満たす。$\vec{a}\cdot\vec{b}$の値を求めよ。

㋐ 0　㋕ 1　㋚ 2　㋟ 3　㋤ 4
㋩ 5　㋮ 6　㋳ 7　㋶ 8　㋻ 9

15 △ABCにおいて，辺BCを1：2に内分する点をP，辺CAを2：3に内分する点をQとする。線分APと線分BQの交点をSとし，直線CSと辺ABの交点をRとする。線分ARの長さが線分ABの長さのm倍となるとき，$4m$の値を求めよ。

㋐ 0　㋕ 1　㋚ 2　㋟ 3　㋤ 4
㋩ 5　㋮ 6　㋳ 7　㋶ 8　㋻ 9

16 数列$\{a_n\}$は，初項が１，公比２の等比数列であるとする。$S=\sum_{n=1}^{101} a_n$としたとき，$S+1$は，$(30+b)$桁の整数になる。bの値を求めよ。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和をS_nとする。$S_n = 5-2n-2a_n$であるとき，$\left|\lim_{n\to\infty} a_n\right|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 ７個の数字０，１，２，３，４，５，６を使用してできる全ての４桁の整数の個数をN，その４桁の整数のうち，両端が奇数であるものの個数をMとする。$\dfrac{N}{M}$の値を求めよ。ただし，同じ数字は２度以上使わないものとする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19　1個のサイコロを28回続けて投げる反復試行において，5の目が r 回$(0 \leqq r \leqq 28)$出る確率を$\mathrm{P}(r)$とする。$\mathrm{P}(r)$を最大にする r の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

20　初項1，公比$x(1-x)$の無限等比級数が収束するための x のとりうる範囲は，$a < x < b$ となる。$5\,|a+b|$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

21　関数$f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2+2}$ $(a \fallingdotseq 0)$ (a，b，c は実数)は，$x=-2$ で極小値$\dfrac{1}{2}$をとり，$x=1$ で極大値2をとる。$|a+b-c|$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

22 関数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a \neq 0)$と

関数$g(x)=px^3+qx^2+rx+s(p \neq 0)$について考える

(a, b, c, d, p, q, r, sは実数)。

$f(x)+3g(x)=-x^2$, $f'(x)+g'(x)=2x^2-4$, $g(0)=1$が全て成立しているとき, $|2aq|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 曲線C1 : $y=x(x-a)(x-a-1)$と曲線C2 : $y=x(x-a)$について考える。

C1とC2で囲まれたすべての図形の面積をS_1とし, $0 \leqq x \leqq a$でC1とC2によって囲まれた図形の面積をS_2とする。$\frac{S_1}{S_2}=2$となるとき, aの値を求めよ。ただし, aは正の実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 曲線 $y=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{4x}\,(1 \leqq x \leqq 2)$ の長さを L とする。$\dfrac{72}{59}L$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 定積分 $\dfrac{16}{\pi}\displaystyle\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9