平成２８年度一般入学試験問題

数　　学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には**計３問**の問題が**数１～数５ページ**に記載されています。 落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には，必ず鉛筆（黒「HB」「B」）またはシャープペンシル（黒「HB」「B」）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし，解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	

$\boxed{1}$ 次の(1)から(5)までの各問いに答えなさい［配点70点］。

(1) ある高校で受験生100人に対して大学合格者数の調査をした。A大学，B大学，C大学，D大学，E大学，F大学の合格者数は，それぞれ5人，8人，10人，12人，15人，15人であった。これら6大学すべてに合格した受験生は3人で，E大学とF大学両方に合格した受験生は13人であった。6大学のうち少なくとも1つの大学に合格した受験生は，何人以上何人以下であるか求めなさい［10点］。

(2) 2種類の薬品A，Bがあり，それぞれの薬品1gあたりの成分P, Qの含有量は，下表のとおりである。この2つの薬品を混ぜ合わせて，成分Pを10mg以上，かつ，成分Qを30mg以上含むようにする。使用する薬品の質量の合計を最小にするためには，それぞれの薬品を何gずつ使用すればよいか答えなさい。ただし，薬品を組み合わせることによって，質量に影響をあたえる化学変化は起きないものとする。ただし，1mg = 0.001g である［10点］。

	成分P	成分Q
薬品A	3mg	2mg
薬品B	5mg	1mg

1 （続き）

(3) t は $t \neq \pm 1$ を満たす実数とし，x の方程式 $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-t}=0$を考える［20点］。

① 方程式が正と負の解を1つずつもつことを示しなさい。

② 方程式の負の解を α とする。t が $t>1$ の範囲で変化するとき，α の存在する範囲を求めなさい。

(4) 1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC がある。点 B, C から直線 BC に関して点 A と同じ側に辺 BC に垂直な半直線 BX, CY を引く。半直線 BX，辺 AB, BC, CA，半直線 CY の上にそれぞれ点 P, Q, R, S, T をとり，

$$\mathrm{PQ} \parallel \mathrm{BC}, \quad \cos\angle\mathrm{BQR}=\sqrt{2}\cos\angle\mathrm{BQP}, \quad \angle\mathrm{BRQ}=\angle\mathrm{CRS}, \quad \sqrt{2}\cos\angle\mathrm{CST}=-\cos\angle\mathrm{ASR}$$

となるようにする［15点］。

① $\angle$CRS の大きさを求めなさい。

② $\mathrm{BP}=x$，$\mathrm{CT}=y$ とするとき，x と y の間に成り立つ関係式を求めなさい。

$\boxed{1}$ （続き）

(5) 1の目の反対側が 6，2の目の反対側が 5，3の目の反対側が 4 である立方体のサイコロがある。最初は1の目が上の面であるとする。このサイコロを横の面のいずれかが上になるように倒す。この操作を繰り返して n 回目にどの目が上の面であるかを調べる。ただし，1回の操作で，4つの横の面のそれぞれが上の面になる確率は等しいとする［15点］。

① n 回目に2または5の目が上の面である確率 p_n を求めなさい。

② n 回目に1の目が上の面である確率 q_n を求めなさい。

2 曲線 C：$y=x^4-9x^3+27x^2-31x+12$ が，1本の直線と異なる2点 P，Q で接する。次の問いに答えなさい［40点］。

(1) x 軸，y 軸との共有点をすべて求め，それらの座標を使って曲線 C のグラフの概形を描きなさい。

(2) 直線 PQ の方程式を求めなさい。

(3) 曲線 C と直線 PQ で囲まれた部分の面積を求めなさい。

$\boxed{3}$ i を虚数単位，a を $a>1$ を満たす実数の定数とする。t を $t \geqq 0$ を満たす任意の実数として，複素数 z に関する 2 次方程式 $(z-a)^2+t^2(z+a)^2=0$ について，次の問いに答えなさい［40 点］。

(1) 実数 t が任意に動くとき，複素平面上で点 z はどのような図形を描くか。それを図示しなさい。

(2) $\omega_1=\dfrac{az}{z-a}$ として，z が (1) の図形上を動くとき，複素平面上で ω_1 の描く図形を求めなさい。

(3) $\omega_2=\dfrac{z}{z-i}$ として，z が (1) の図形上を動くとき，複素平面上で ω_2 の描く図形を求めなさい。

(4) ω_1, ω_2 を (2) (3) で考えたものとする。ω_1, ω_2 の描く 2 つの図形が共有点をもつときの a の値の範囲を定めなさい。