(H26 一後医数 1-8)

受 験 番 号

平成26年度

入学試験問題

一般後

医

数　学

注意：答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

数

藤田保健衛生大学医学部

この試験問題用紙には古紙100％の再生紙を使用しています。

問題 1

$0 \leqq \alpha, \beta \leqq \pi$ である α, β が

$$1 - \cos\alpha + \cos(\alpha + \beta) = 0, \qquad 1 - \cos\beta + \cos(\alpha + \beta) = 0$$

を満たすとき, $(\alpha, \beta) = \boxed{\quad (1) \quad}$ である.

問題 2

放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ $\cdots$ ① に対して

(i) ① の焦点の座標は $\boxed{\quad (2) \quad}$ である.

(ii) ① を y 軸に関して対称に移動し, さらに直線 $y = x$ に関して対称に移動して得られた 2 次曲線の方程式は $\boxed{\quad (3) \quad}$ であり, その焦点の座標は $\boxed{\quad (4) \quad}$ である.

問題 3

a, $f(x)$ をそれぞれ与えられた定数, 連続関数とし, 関数 $w(x)$ を

$$w(x) = \int_0^x e^{-a(x-s)} f(s)\, ds \qquad (*)$$

で定義する.

(i) $w'(x)$, $w(x)$, $f(x)$ の間に成り立つ関係式は $\boxed{\quad (5) \quad} = f(x)$ である.

(ii) $w'(x) + w(x) = x^2$ および $w(0) = 0$ を満たす関数 $w(x)$ を, $(*)$ において a と $f(x)$ を適当に決めることで求めると, $w(x) = \boxed{\quad (6) \quad}$ である.

(iii) $f(x)$ が微分可能で, $f'(x) = g(x)$ であるとする. このとき, $w''(x)$ を $w(x)$, $f(x)$, $g(x)$ を用いて表すと $w''(x) = \boxed{\quad (7) \quad}$ である.

問題 4

ともに質量が $m > 0$ の 2 個の質点 P_1, P_2 が x 軸上にあり, 時刻 t におけるそれぞれの座標が $x_1 = x_1(t)$, $x_2 = x_2(t)$ であるとする. P_2 に力 $F = F(t)$ が働き, P_1, P_2 の間の距離に応じたある力が相互に働くことによる P_1, P_2 の運動が

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -k\{(x_2 - x_1) - \ell\}, \qquad m\frac{d^2x_2}{dt^2} = k\{(x_2 - x_1) - \ell\} + F$$

で記述されるものとする. ただし, k, ℓ は正の定数である.

(i) $x_2 - x_1 = u$ とおく. u が満たす関係式を, u, F と上記定数の中から適切なものを用いて表すと $m\dfrac{d^2u}{dt^2} = \boxed{\quad (8) \quad}$ である.

(ii) $x_2 + x_1 = v$ とおく. v が満たす関係式を, F と上記定数の中から適切なものを用いて表すと $m\dfrac{d^2v}{dt^2} = \boxed{\quad (9) \quad}$ である.

(iii) $F(t) = C$ (定数) とするとき, 問題 3 の (iii) を参考にし, $(*)$ において, a と $f(x)$ を適当に決めることで u と v を求めると, $u = \boxed{\quad (10) \quad}$, $v = \boxed{\quad (11) \quad}$ である. ただし u は $\lim_{t\to\infty} u(t)$ が発散しないものを求めよ.

問題 5

空間における点 $\mathrm{H}(x, y, z)$ が

$$x = x(t) = a\cos\omega t, \qquad y = y(t) = a\sin\omega t, \qquad z = z(t) = bt$$

で与えられている．ただし a, b, ω は正の定数とする．$t \geqq 0$ に対して点 H の描く図形を考える．

(i) 原点 $\mathrm{O}(0,0,0)$ から点 H までの距離 $\mathrm{OH} = \boxed{\quad(12)\quad}$ である．

(ii) $\mathrm{OH} = d$ とおくとき，これを満たす t の値を t_d とすると，$t_d = \boxed{\quad(13)\quad}$ である．

(iii) $t = 0$ から $t = t_d$ まで点 H が動いて描く図形の長さを求めると $\boxed{\quad(14)\quad}$ である．

(iv) これらの $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ に対して，座標平面上に 2 点 $\mathrm{P}(x(t+h), y(t+h))$, $\mathrm{Q}(x(t), y(t))$ をとり，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を考えるとき $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{|z(t+h)-z(t)|}{|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|} = \boxed{\quad(15)\quad}$ である．