

平成 28 年 度  
入 学 試 験 問 題

数 学

注意：

- ・ 答えはすべて解答用紙に記入しなさい。
- ・ 答えが分数となるときは既約分数とし、分母に根号を含むときは分母を有理化しなさい。
- ・ 根号をはずせる場合にははずしなさい。
- ・ 第 1 問，第 3 問は答えのみを解答欄に記入しなさい。
- ・ 第 2 問，第 4 問は解答の手順をわかりやすく説明しなさい。

第1問 次の問いに答えよ。

- (1) 0, 1, 2, 3の各数字をそれぞれ3つずつ使ってできる12桁の正の整数の個数を求めよ。
- (2) 異なる3つの複素数  $0, \alpha, \beta$  の間に等式  $\alpha^2 - 3\alpha\beta + 3\beta^2 = 0$  が成り立つとき、複素数平面上の原点  $O(0)$ , 点  $A(\alpha)$ , 点  $B(\beta)$  を頂点とする  $\triangle OAB$  の  $\angle OBA$  を求めよ。
- (3) 定積分  $\int_0^{2\pi} \left| x \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \right| dx$  を求めよ。
- (4) 座標平面上の双曲線  $\left(\frac{x}{20}\right)^2 - \left(\frac{y}{21}\right)^2 = 1$  の焦点を求めよ。
- (5) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3}$  を求めよ。

第2問

$3^\pi > \pi^3$  を示せ。

ただし  $e$  を自然対数の底とするとき、 $e < 3 < \pi$  である。

図1は、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\tan x$ のグラフを示している。図2は、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\tan x$ のグラフを示している。

第3問 次の問いに答えよ。

- (1) 循環小数の差  $0.3\dot{1}\dot{2} - 0.1\dot{3}2\dot{4}$  を既約分数で表せ。
- (2) 2016 のすべての正の約数の和を求めよ。
- (3) 数列の和  $\sum_{k=1}^{2016} \cos^2\left(\frac{k}{56}\pi\right)$  を求めよ。
- (4)  $\triangle ABC$ において、 $AB = 5, AC = 8, \angle BAC = 60^\circ$  のとき、三角形の外接円の半径を  $R$ 、三角形の内接円の半径を  $r$  とする。 $\frac{R}{r}$  の値を求めよ。
- (5) 座標空間の2点  $A(2, 1, 4)$ 、 $B(3, 0, 5)$  を通る直線  $l$  に点  $C(1, 3, 2)$  から垂線を下ろし、直線  $l$  との交点を  $H$  とする。点  $H$  の座標を求めよ。



### 第4問

整数  $a, b, c$  が  $0 < a < b < c$  であり、かつ  $(a+b+c)(ab+bc+ca) = abc + 350$  をみたすとき、 $a, b, c$  を求めよ。