

## 平成26年度入学試験問題(前期)

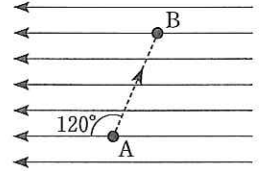
### 理 科

#### 注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 物理、化学、生物のうちから2科目を選択し、別紙解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。  
(ただし受験票、入学願書に記入した2科目に限る。)
3. 選択した科目以外の科目(例えば物理、化学を選択した場合は生物)の解答用紙にも受験番号、氏名を記入し、全体に大きく×印をすること。
4. 解答は解答用紙の枠内に記入すること。
5. 選択した科目以外の解答用紙に解答を記入した場合、及び解答用紙に解答以外のことを書いた場合、その答案は無効とする。
6. 問題冊子は1冊、別紙解答用紙は各科目それぞれ1枚である。
7. 受験票は机に出しておくこと。

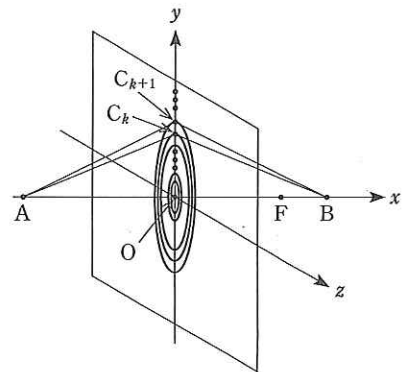
I 以下の問に答えよ。

- (1) 200 g の銅球を 80 °C に熱して、20 °C の水 500 g の中に入れた。熱が外に逃げることがないとして、水温は何 °C に落ち着くか、有効数字 2 桁で求めよ。なお、水と銅の比熱はそれぞれ 4.2 J/(g·K)、0.38 J/(g·K) である。
- (2) 図のように、 $5.0 \times 10^3$  N/C の一様な電場の中に点 A と点 B がある。AB 間の距離は 2.0 cm で、線分 AB と電気力線は 120° の角をなしている。 $3.2 \times 10^{-4}$  C の点電荷を A から B に移動するときに必要な仕事  $W$ (J) と、AB 間の電位差  $V$ (V) はいくらか。
- (3) 均一な組成と厚さの長方形の板(辺の長さを  $a$ (m) と  $2a$ (m) とし、厚さは無視できるものとする)の頂点を持ってぶら下げた。長方形の長さ  $2a$  の辺が鉛直線となす角を  $\theta$  とすると  $\tan \theta$  はいくらか。
- (4) 氷を水に浮かべると、水面の上にてた部分の体積は 4000 cm<sup>3</sup> であった。氷の質量はいくらか。水の密度は 1.00 g/cm<sup>3</sup>、氷の密度は 0.92 g/cm<sup>3</sup> である。



II X 線はレンズで集光させることが難しい。しかし、適切に配置された環状スリットを用いれば、回折による集光が可能になり X 線顕微鏡を実現させることができる。その仕組みを考えてみよう。

$xyz$  空間の  $yz$  平面上に薄い不透明な板を置き、図のように原点  $O$  を中心に多数の環状スリットを作成する。 $x$  軸の負の方向から波長  $\lambda$ (m) の平行光を、 $x$  軸に平行に照射し、スリット群を通過した光の干渉を考える。 $x$  軸上に、 $x = f$ (m) ( $f > 0$ ) の点  $F$  をとり、原点  $O$  から数えて  $k$  番目のスリット上の一点を点  $C_k$  とする。距離  $\overline{C_k F}$  が  $f + k\lambda$  に等しいという条件を満たせば、点  $F$  で光は強め合い、スリット群は凸レンズのように平行光に対して集光作用を持つことになる。

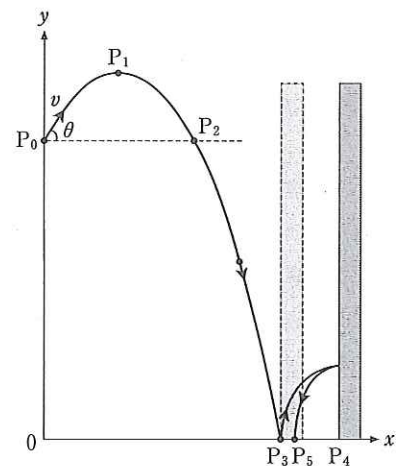


- (1) 次の空欄を、 $f$ ,  $\lambda$ ,  $k$  を用いた式で埋めよ。 $k$  番目の環状スリットの半径を  $r_k$ (m) とすると、 $\overline{C_k F} = f + k\lambda$  のとき、 $r_k = \sqrt{(\text{①}) + (\text{②}) \times \lambda^2}$  である。 $\lambda$  は  $f$  に比べて十分に小さいとして、 $(\text{②}) \times \lambda^2$  の項を無視すると  $r_k = \sqrt{(\text{①})}$  と近似される。よって、隣接した環状スリットの間隔  $\Delta r_k = r_{k+1} - r_k$  は、 $\sqrt{(\text{③})} - \sqrt{(\text{①})}$  と表せる。この式を  $\sqrt{(\text{①})} \times (\sqrt{(\text{④})} - 1)$  と変形し、 $k$  が十分に大きいとき、近似式  $(1 + \epsilon)^p \approx 1 + p\epsilon$  ( $|\epsilon| \ll 1$ ) を  $\sqrt{(\text{④})}$  に用いると、 $\Delta r_k = \sqrt{(\text{⑤})}$  が得られる。
- (2)  $\lambda = 2$  nm の X 線に対し  $f = 1$  mm を与えるような環状スリット群について、 $r_{100}$  と  $\Delta r_{100}$  の値を、(1)の結果を用いて有効数字 1 桁で記せ。単位は  $\mu\text{m}$  を用いよ。

次に、このスリット群が、点光源からの光をも集光することを示そう。 $x$  軸上の  $x = -a$ (m) ( $a > f$ ) の点  $A$  に、波長  $\lambda$  の点光源を置く。点光源を出た光が、スリット群を通過したあと  $x$  軸上のある点  $B$  ( $x = b$ (m)) で干渉によって強め合えば、このスリット群は凸レンズのように点光源に対しても集光作用を持つことになる。

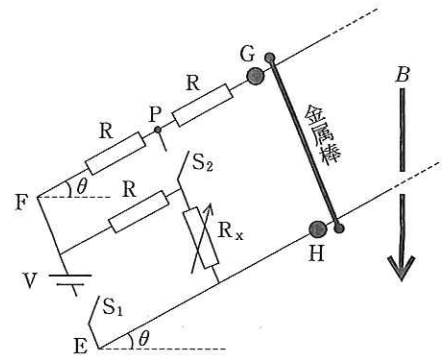
- (3) 光路長  $\overline{AC_k B}$  を、 $k$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f$ ,  $\lambda$  を用いて表せ。(計算には(1)で求めた  $r_k = \sqrt{(\text{①})}$  を使うこと。)
- (4) (3)の結果を、近似式  $(1 + \epsilon)^p \approx 1 + p\epsilon$  ( $|\epsilon| \ll 1$ ) を使って書き直せ。
- (5)  $\overline{AC_{k+1} B} - \overline{AC_k B} = \lambda$  が成り立つとき、どのスリットを通過した光も、点  $B$  で強め合う。このときの  $b$  を、 $f$  と  $a$  で示せ。

III 図のように、水平面上に  $x$  軸、鉛直上方に  $y$  軸をとり、高さ  $h$  (m) の地点  $P_0$  から仰角  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )、速さ  $v$  (m/s) で小さなボール(質点)を投げ上げる。空気抵抗は無視でき、重力加速度の大きさを  $g$  (m/s<sup>2</sup>) とし、以下の①から⑨を埋めよ。



- (1) ボールは点  $P_1(x, y) =$  ①, ②) の位置で最高点に達し、点  $P_2$  (③,  $h$ ) を通過して、速さ ( ④ ) (m/s) で点  $P_3(\frac{v^2 \sin 2\theta}{2g} \times (1 + \sqrt{1 + \text{⑤}}), 0)$  の地面に衝突する。このように、ボールは地面に衝突するまで  $y =$  ( ⑥ ) で表される軌道を描いて運動する。
- (2) ボールは点  $P_3$  で跳ね返ったあと、 $P_3$  の  $x$  座標の  $\frac{5}{4}$  倍の位置  $P_4$  にある垂直な壁に水平に衝突し、反発係数  $e =$  ( ⑦ ) で跳ね返り、 $P_3$  の  $x$  座標の  $\frac{21}{20}$  倍の位置  $P_5$  に落下する。
- (3) 図において、壁をその左側の面が  $P_3$  の位置に来るように移動し、再度ボールを  $P_0$  から投げ上げた。ボールが点  $P_1$  に達した時、 $P_1$  に設置した照明が点灯してボールの影が壁に投影された。照明が点灯してから  $t$  秒後の影の速さは ( ⑧ ) (m/s) であり、影は等 ( ⑨ ) 運動をする。

IV 磁束密度  $B$  (T) の鉛直下向きの一様な磁场の中で、距離  $D$  (m) だけ離れた水平面上の二点  $E, F$  から伸びる平行な導体レールを使って、右図のような回路を作った。レールは水平面に対して角  $\theta$  (rad) ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) をなし、 $EF$  と直交している。回路には電池  $V$  (起電力  $V$  (V))、三つの抵抗  $R$  (抵抗値  $R$  ( $\Omega$ ))、可変抵抗  $R_x$  (抵抗値を  $R_x$  ( $\Omega$ ) とする)、スイッチ  $S_1, S_2$ 、金属棒(質量  $M$  (kg)) が使われている。金属棒は水平面に対して平行を維持しながら、十分に長いレール上を自由に動けるが、等しい高さに取り付けたストッパー  $G, H$  より下には落ちない。最初二つのスイッチは開いていて、金属棒は  $G, H$  の上側で静止していた。重力加速度を  $g$  (m/s<sup>2</sup>) とし、回路の電気抵抗や自己インダクタンス、レールと金属棒の摩擦は無視してよいとして、以下の間に  $B, D, g, M, R, V, \theta$  から必要な記号を用いて答えよ。ただし、金属棒を流れる電流は  $G$  から  $H$  への向きを正とする。



- (1) スイッチ  $S_1$  のみ閉じた。直後に金属棒を流れる電流の値はいくらか。
- (2) (1) の操作で金属棒はレールに沿って上昇し始めた。電池の起電力  $V$  が満たす条件を求めよ。
- (3)十分に時間が経つと金属棒の速さが一定になった。このとき金属棒に流れる電流の値はいくらか。
- (4) (3) の状態のときの  $PH$  間の電位差を答えよ。
- (5) (3) の状態のあとでスイッチ  $S_2$  も閉じたところ、金属棒の速さは変化しなかった。可変抵抗の抵抗値  $R_x$  はいくらか。
- (6) (5) のあと、スイッチ  $S_1$  のみ開いたところ、金属棒はやがて下降を始め、 $GH$  に到達する前に速さが一定になった。この速さを求めよ。
- (7) (5) のあと、スイッチ  $S_1, S_2$  を両方とも開いた場合も、金属棒はやがて下降を始め、 $GH$  に到達する前に一定の速さになった。この速さは、(6) の速さと比較して(ア. 大きい イ. 等しい ウ. 小さい)。いずれか記号で答えよ。