

平成29年度医学部一般入学試験
問題答案冊子

数 学

1月24日(火) 12:40~14:00

注意事項

1. 試験開始の指示があるまでは、この冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は、表紙1枚、計算用紙1枚、問題・答案用紙3枚、の計5枚です。
3. 試験開始の指示とともに、問題・答案用紙を取り外して、各用紙ごとに受験番号を記入してください。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明の箇所があれば、直ちに申し出てください。
5. II. ~ IV. の解答は**答えにいたる過程も含めて**、問題・答案用紙の所定の位置に記入してください。
6. この冊子の余白は、計算用紙として使用しても構いません。
7. 試験室内で配付されたものは、一切持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了の時刻まで、退出してはいけません。

数

I. 以下 1) ~ 3) の設問に対して, 答えのみを下の解答欄に記入せよ。

1) $4^{\log_6 5}$, $5^{\log_4 6}$, $6^{\log_5 4}$ の大小を比較せよ。

2) 関数 $y = \frac{ax-1}{x-b}$ の逆関数が $y = \frac{2x+c}{x+1}$ となるとき, a, b, c の値を求めよ。

3) すべての実数 x, y に対して $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + py + q > 0$ が成り立つために定数 p, q がみたすべき条件を求めよ。

解答欄

1)	< <	2)		3)	
----	-----	----	--	----	--

II. n 進法の計算 $3.55_{(n)} \times 5_{(n)} = 22.41_{(n)}$ が成り立つような自然数 n を求めよ。

III. トランプのうちハートマークの13枚, スペードマークの13枚およびジョーカー1枚の合計27枚を用いて, A, B 2名で「ばば抜き」をする。トランプの札は, エース, 2, ..., 10, ジャック, クイーン, キングを順に1, 2, ..., 10, 11, 12, 13と呼ぶことにする。いずれ勝負はつくとして, 次の問いに答えよ。

1) ゲームが進んで, A はハートの1とジョーカーの計2枚, B はスペードの1のみを持っている状態になったとする。B が先にカードを引くとして A, B が勝つ確率をそれぞれ p_1, q_1 とするとき, p_1 および q_1 を求めよ。

2) 3以上13以下の奇数 n に対して, A は1, 2, ..., n の n 枚のハートマークとジョーカーの計 $n+1$ 枚のカード, B は1, 2, ..., n の計 n 枚のスペードマークのカードを持っているとする。B が先にカードを引くとして A, B が勝つ確率をそれぞれ p_n, q_n とする。このとき, 次の漸化式が成り立つことを示せ。

$$q_n = \frac{1}{n+1}p_n + \frac{n}{n+1}q_{n-2}$$

3) 1) の結果および 2) の漸化式を用いて p_{13}, q_{13} を求めよ。

- IV. n を自然数とする。 $k = 1, 2, 3, \dots, n$ として $A(1, 0, 1)$, $P_k(1, \frac{k}{\sqrt{2n}}, 0)$, $Q_k(0, \frac{k}{\sqrt{2n}}, 1)$ からなる三角形 AP_kQ_k を考える。三角形 AP_kQ_k の面積を S_k とするとき、極限值

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} \right)$$

を求めよ。