

理 科

< 監督者の指示があるまで開いてはいけない >

1. 受験票に指定した 2 科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 下書きや計算は問題用紙の白紙部分を利用しなさい。
3. 記入中でない解答用紙は必ず裏がえしにしておきなさい。
4. 問題用紙は各科目の試験終了後持ち帰ってもよい。
ただし、試験途中では持ち出してはいけない。

問 題 目 次

物 理	1 ~ 5	ページ
化 学	6 ~ 13	ページ
生 物	14 ~ 20	ページ

物 理

1. (I) 図1のように質量 m 、半径 a の球形のゴムボールを高さ h のところから水平な床に初速 0 で落下させたときの運動を考える。床がボールから受けた力は時刻 t に対して図2のように直線的に変化した。ただし、ボールが落下し始めた時を時刻 0 としており、 $\theta < \tau$ である。重力加速度の大きさを g とし、空気の抵抗、ボールの回転はないものとして次の問いに答えよ。

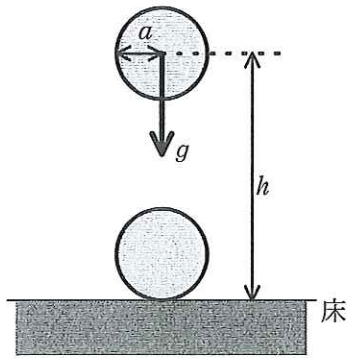


図 1

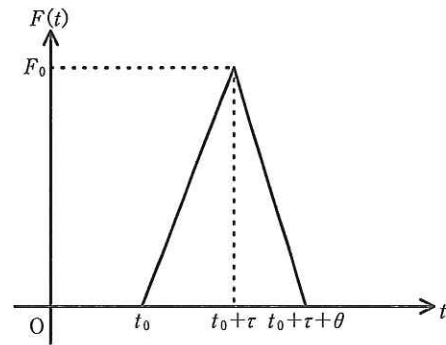


図 2

- 問 1. ボールが落下し、初めて床に接触するときの速さを求めなさい。
- 問 2. 図 2 の t_0 を求めなさい。
- 問 3. 図 2 の $t = t_0 + \tau$ のとき、ボールは一旦静止する。このことから F_0 を g 、 h などを用いて表しなさい。
- 問 4. ボールが床から離れる瞬間の速さを g 、 h などを用いて表しなさい。
- 問 5. この衝突での反発係数を求めなさい。
- 問 6. 衝突の前後での力学的エネルギーの変化を求めなさい。

(III) 図3のように、動摩擦係数 μ' の水平な床に、質量 m のボールが入射角 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$), 速さ v で衝突し、反射角 θ' ($0^\circ < \theta' < 90^\circ$), 速さ v' ではねかえる運動を考える。ボールが床に接触している時間 Δt の間にボールは床から一定の大きさ R の垂直抗力を受けるとして、以下の問いに答えなさい。ただし、空気による抵抗、重力は無視できるものとし、床とボールの反発係数を e とせよ。

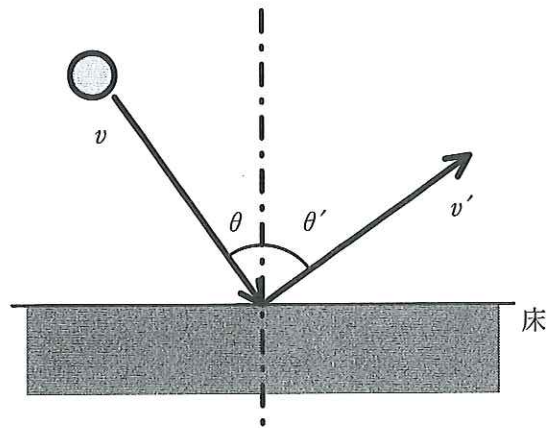
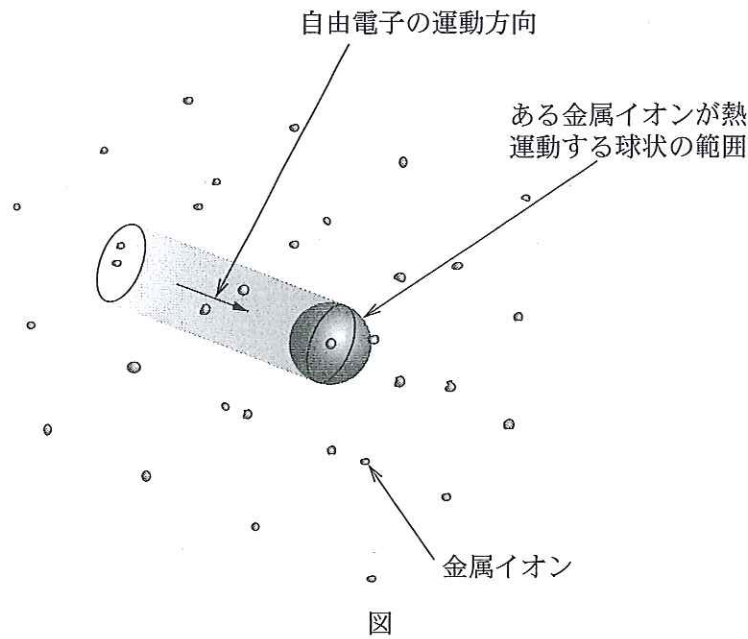


図3

問 1. 床に平行な方向と垂直な方向それぞれについて、ボールの運動量の変化についての方程式を書きなさい。ただし、向きは平行成分、垂直成分ともに衝突後の向きを正とする。

問 2. $\tan \theta'$ を $\tan \theta$, μ' , e を用いて表しなさい。

2. 一般に、純粋な金属の電気抵抗は、金属内を電場の逆向きに流れる電荷 $-e$ の自由電子が熱運動する金属イオンに散乱されることにより生じる。以下の問いに答えよ。



(I) 金属イオンの熱運動を単振動するばね振り子として考えよう。

- 問 1. ばね定数 K のばねにつけた質量 m の物体が x 方向に運動するとき、釣り合いの位置からの変位が x のときの物体の速度を v_x とし、力学的エネルギー E_x を書きなさい。
- 問 2. 振り子の運動エネルギーと位置エネルギーの時間平均は等しくなる。この事実を用いて、変位の二乗の時間平均 $\langle x^2 \rangle$ を力学的エネルギー E_x を用いて表しなさい。
- 問 3. 導体内の金属イオンは x 方向だけでなく y, z 方向にも運動をしているから、金属イオンの平衡位置からの変位ベクトルを (x, y, z) 、変位半径を $r (= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ とする。また、金属イオンの熱運動は x, y, z の各方向に同等(等方的)であるとして、変位半径の二乗の時間平均 $\langle r^2 \rangle$ を x 方向の力学的エネルギー E_x を用いて表しなさい。
- 問 4. 金属イオンの運動は気体分子の運動と同じように熱エネルギーによるもので、金属イオンの平均運動エネルギーは単原子気体分子の平均運動エネルギーに等しい。このことから、導体が絶対温度 T にあるとき、金属イオンの平均の力学的エネルギーを求めなさい。ただし、ボルツマン定数を k_B とする。
- 問 5. 問題を簡単にするために、図のように、1つの金属イオンは熱運動している球状の範囲を通る電子を散乱すると考える。すなわち、電場の影響で一方向に一樣に流れる自由電子は、1つの熱運動する金属イオンにより、そのイオンの二乗平均変位半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ を半径とする球状の範囲を自由電子の運動方向から見た円形の範囲で散乱されると考える。この円形の範囲の面積 A を絶対温度 T を用いて表しなさい。

(II) 断面積 S 、長さ L の(I)で考えた導体の両端に電圧 V を加えたとき、散乱されながら運動する電子を考える。

問 1. この導体中の電場は一様であるとして、電場の大きさを求めなさい。

問 2. 電荷 $-e$ の自由電子は一様な電場の中を金属イオンに散乱されながら運動する。金属イオンによる散乱は、平均として電子の電場方向の速さ v に比例し、運動方向に逆向きの抵抗力を電子におよぼす。抵抗力は(I)問 5 で求めた面積 A に比例すると考えられ、 k を比例定数としてその大きさは kAv と与えられる。電流が定常的に流れている場合、自由電子は平均として一定の速度で運動するようになっていると考えられる。その速度を温度の関数として求めなさい。

問 3. 導体中の電子数密度を n とするとき、この導体を流れる定常電流を求めなさい。

問 4. この導体の抵抗 R を絶対温度 T を用いて表しなさい。

(III) (II)で考えた導体に電流を流したときに発生するジュール熱と導体の温度との関係について考える。この導体は単位時間あたりに Q [J/s] の割合で熱を周囲に放射する。絶対温度 T のとき、 Q は以下のように与えられる。

$$Q = aT^4$$

ただし、 a は定数である。ジュール熱と熱放射以外にこの導体からの熱の発生、損失はないものとして以下の問いに答えなさい。

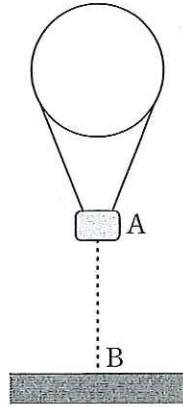
問 1. 両端に電圧 V を加え、この導体の絶対温度が T に保たれているとき、単位時間あたりに発生するジュール熱を求めなさい。

問 2. この導体の温度が一定になった状態では、絶対温度 T 、電流 I は電圧 V に対し、

$$T = bV^p, I = cV^q$$

のように変化する。定数 p 、 q を求めなさい。ただし、 b 、 c は導体によって決まる定数である。

3. 音源や観測機器と観測者 A をのせた全質量 M の気球が、下方へ一定の振動数の音を出しながら、一定の速さで下降している。A はこの音の地面による反射音の振動数を f_A と観測し、気球の真下の地上にいる観測者 B は直接音の振動数を f_B と観測した。重力加速度の大きさを g 、音速を c とし、風はなく、空気抵抗は考えないものとして、以下の問いに答えなさい。



- 問 1. 気球の速さを c , f_A , f_B で表しなさい。
- 問 2. 音源の振動数を f_A , f_B で表しなさい。
- 問 3. A は直接音と反射音によるうなりを聞いた。そのうなりの振動数を f_A , f_B で表しなさい。
- 問 4. A がある位置で砂袋(質量 m)を静かに落としたところ、気球がちょうど地面に達したときに気球の速度は 0 になった。ただし、 m は M に含まれ、砂袋に働く空気による浮力は無視できるものとし、空気が気球に及ぼす上向きの力は常に一定であるものとする。
- (1) 砂袋を落とした位置の地面からの高さを m , M , g , c , f_A , f_B で表しなさい。
- (2) 砂袋を落としたときからの経過時間 t の関数として B が観測する振動数を m , M , g , c , f_A , f_B および t で表しなさい。