

物 理

- [1] 次の文章を読んで、以下の設問に答えなさい。重力加速度を g [m/s^2] とする。空気の影響は考えない。

実験1 図1のような斜面の上端A点に質量 m [kg] の大きさの無視できる物体が静止している。斜面はA点からB点までは一定の角度 θ [rad]、それより先はゆるくカーブしており最終的にはC点で水平になる。図のようにA点とB点の高さの差は h [m]、B点とC点の高さの差は d [m] である。C点から先の水平の部分はD点まで続いている。斜面はB点、C点でなめらかにつながっており、物体は経路に沿って動く。

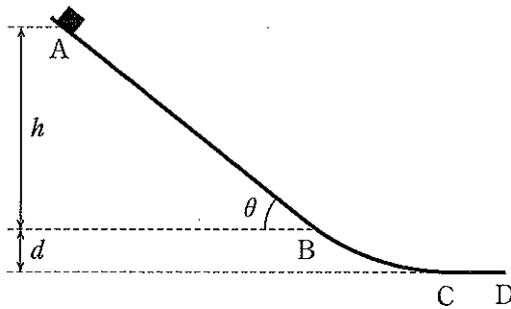


図1

- (1) 斜面の上端A点からD点まで摩擦がないとする。A点から物体が滑り落ちD点に達したときの速さを与えられた記号で答えなさい。
- (2) 斜面の上端A点からB点まで摩擦があり、B点からD点までは摩擦がないとする。A点からB点までの動摩擦係数を μ とする。A点から物体が滑り落ちD点に達したときの速さを与えられた記号で答えなさい。

実験2 (1)で得られた摩擦がない場合のD点での速さを v_0 [m/s], (2)で得られた摩擦がある場合のD点での速さを v_f [m/s] ($< v_0$ [m/s]) とする。実験2の経路は、図2のように、A点からD点までは図1と同じで、D点の先は崖^{がけ}になっていて物体はそのまま空中に飛び出す。D点を原点として、図の水平右向きをX軸の正、鉛直下向きをY軸の正とする。D点直下のE点 $(0, \frac{v_0^2}{2g})$ からK点までは Y [m] = $\frac{v_0^2}{2g} + \frac{g}{2v_0^2} X^2$ で表される放物線である。物体は飛び出した後、回転しない。

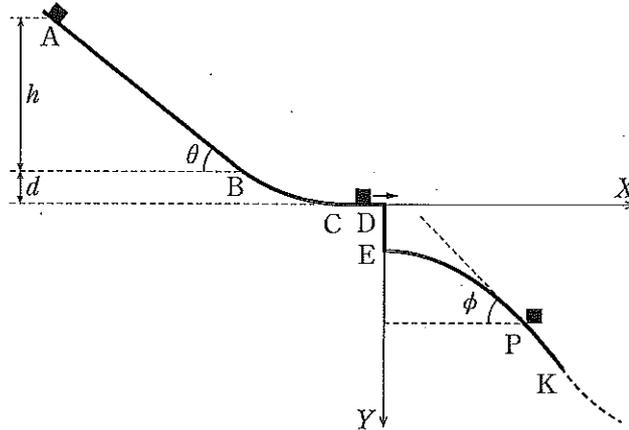


図2

物体がD点から飛び出したときの速度のX成分は $+v_f$ [m/s], Y成分は0であった。物体はその後、E点からK点までの曲線上のある点Pに着地した。P点のX座標を X_P [m] とする。

(3) X_P [m]は

$$\frac{v_0^2}{g} \frac{\boxed{a}}{\sqrt{\boxed{b}}} \text{ [m] であった。}$$

aおよびbに入る式を表1の選択肢(ア)~(イ)から選んで記号で答えなさい。

(4) P点の水平面からの傾斜角度 ϕ [rad]は $\tan \phi = \frac{g}{v_0^2} X_P$ を満たしている。着地する直前の物体の速度をP点における接線および法線方向に分解したとき、法線方向の成分の絶対値は

$$v_0 \frac{\boxed{a}}{\boxed{b}} \text{ [m/s] であった。}$$

aおよびbに入る式を表1の選択肢(ア)~(イ)から選んで記号で答えなさい。

必要ならば次の三角関数公式を使うこと (α は任意の角度)。

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}, \quad \sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

つぎに、物体がD点から斜め上方に向けて飛び出した場合を考えよう。D点での物体の速度のX成分は $+v_f$ [m/s]、Y成分は $-v_p$ [m/s] ($v_p > 0$)であった。この時の物体の着地点をQとする。Q点のX座標を X_Q [m]とする。

(5) Q点はK点を越えていなかった。 X_Q [m]は

$$\frac{v_0^2}{g} \frac{\boxed{a} \left(\boxed{b} + \sqrt{\boxed{c}} \right)}{\boxed{d}} \text{ [m] であった。}$$

a, b, c, およびdに入る式を表1の選択肢(ア)~(ツ)から選んで記号で答えなさい。

(6) $v_p = 5$ m/s, $v_0 = 25$ m/s, $v_f = 20$ m/s のとき, X_Q [m]は(3)で求めたP点のX座標 X_P [m]の

$$\frac{\left(1 + \sqrt{\boxed{a}} \right)}{\boxed{b}} \text{ 倍であった。}$$

a およびbに入る整数を答えなさい。

(7) Q点がK点を越えるために必要な最小の v_f [m/s]は v_0 [m/s]の何倍か。次の(ア)~(ケ)の選択肢の中から最も近い値を選びなさい。ただし, $\frac{v_p}{v_0} = 0.2$, $\frac{gX_K}{v_0^2} = 1$ (X_K [m]はK点のX座標)とする。

- (ア) 0.1 (イ) 0.2 (ウ) 0.3 (エ) 0.4 (オ) 0.5
 (カ) 0.6 (キ) 0.7 (ク) 0.8 (ケ) 0.9

表1 (同じ記号を何度選んでもよい)

(ア) v_0	(イ) v_f	(ウ) v_p
(エ) $v_0 + v_f$	(オ) $v_0 + v_p$	(カ) $v_f + v_p$
(キ) $v_0 + v_f + v_p$	(ク) $v_0 - v_f$	(ケ) $v_0 - v_p$
(コ) $v_f - v_p$	(サ) $v_f - v_0$	(シ) $v_p - v_f$
(ス) $v_p - v_0$	(セ) $v_0 + v_f - v_p$	(ソ) $v_f + v_p - v_0$
(タ) $v_0 + v_p - v_f$	(チ) $v_0 - v_f - v_p$	(ツ) $v_f - v_0 - v_p$
(テ) $v_p - v_0 - v_f$	(ト) $v_0 v_f$	(ナ) $v_0 v_p$
(ニ) $v_f v_p$	(ヌ) v_0^2	(ネ) v_f^2
(ノ) v_p^2	(ハ) $v_0^2 + v_f^2$	(ヒ) $v_0^2 + v_p^2$
(フ) $v_f^2 + v_p^2$	(ヘ) $v_0^2 + v_f^2 + v_p^2$	(ホ) $v_0^2 - v_f^2$
(マ) $v_0^2 - v_p^2$	(ニ) $v_f^2 - v_p^2$	(ム) $v_f^2 - v_0^2$
(メ) $v_p^2 - v_f^2$	(ヒ) $v_p^2 - v_0^2$	(ヤ) $v_0^2 + v_f^2 - v_p^2$
(ユ) $v_f^2 + v_p^2 - v_0^2$	(ヨ) $v_0^2 + v_p^2 - v_f^2$	(ラ) $v_0^2 - v_f^2 - v_p^2$
(リ) $v_f^2 - v_0^2 - v_p^2$	(ロ) $v_p^2 - v_0^2 - v_f^2$	(レ) $v_0 v_f + v_0 v_p + v_f v_p$
(ル) $v_0^2 + v_f v_p$	(ヲ) $v_0^2 - v_f v_p$	(ワ) $v_p^2 + v_0 v_f$

[2] 次の文章を読んで、以下の設問に答えなさい。

次のような血流のモデルを考える。血管は変形しない円管で、血液は血管内を圧力の高い方から低い方へ流れる。途中で分岐していない長さ L [m] の血管の内径が一定値 D [m] であるとき、その両端の圧力差が p [Pa] であれば、この部分の血流量、すなわち、一端に流れ込む (= 他端から流れ出す) 血液の質量は単位時間あたり $I = k \frac{D^4 p}{L}$ [kg/s] となる (k は定数)。ただし、実際の血管では拍動などにより血流量や圧力は常に増減が繰り返されているが、ここでは時間的に一定とする。また、血液が血管の途中から流れ出すことはないとする。

設定1 分岐していない長さ L [m]、一定の内径 D [m] の血管に血液が流れている。両端の圧力差は p [Pa] である。

(1) 血管の内径が 90 % ($0.9 D$ [m]) になったとき、 D [m] のときと同じ血流量を保つためには圧力差を p [Pa] の何倍にする必要があるか。次の選択肢の中から最も近いものを選びなさい。

- (ア) 0.5 倍 (イ) 0.7 倍 (ウ) 0.9 倍 (エ) 1.0 倍
(オ) 1.1 倍 (カ) 1.3 倍 (キ) 1.5 倍

設定2 内径が途中で変化する1本の血管を考える。図3のように、両端をA点とB点とする長さ $2L$ [m] の区間において、A点から長さ L [m] (A点とB点の中間点) までは内径が D_1 [m]、中間点からB点までの残り長さ L [m] の部分では内径が D_2 [m] であった。A点に流れ込む血流量を I [kg/s] とする。

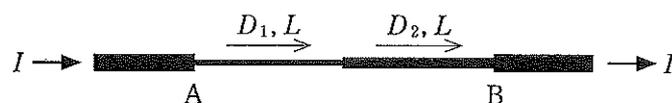


図3

(2) AB間の圧力差を与えられた記号を用いて表しなさい。

設定3 図4のようにA点で分岐, B点で合流している血管を考える。上側の血管の内径は D_1 [m], もう一方の下側の血管の内径は D_2 [m]である。長さは共に L [m]である。分岐点Aに流れ込む血流量を I [kg/s]とする。

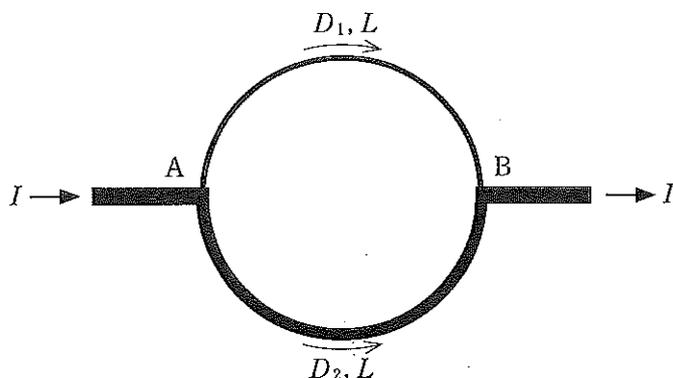


図4

(3) AB間の圧力差を与えられた記号を用いて表しなさい。

設定4 図5のような経路 a, b, c, d, e からなる血管網を考える。各経路の(内径, 長さ)は, 経路 a ($3D$ [m], $81L$ [m]), 経路 b ($3D$ [m], $243L$ [m]), 経路 c (D [m], $5L$ [m]), 経路 d ($2D$ [m], $80L$ [m]), 経路 e ($2D$ [m], $240L$ [m]), である。経路 a と経路 b の分岐点を A, 経路 d と経路 e が合流する点を B とする。A 点に流れ込む血流量を I [kg/s]とする。以下の間に整数または既約分数(それ以上約分できない分数)で解答しなさい。ただし, 図5の各経路での矢印の向きをそれぞれの血流の正の向きとして, 矢印と逆向きに流れるときはマイナスの符号を付けること。

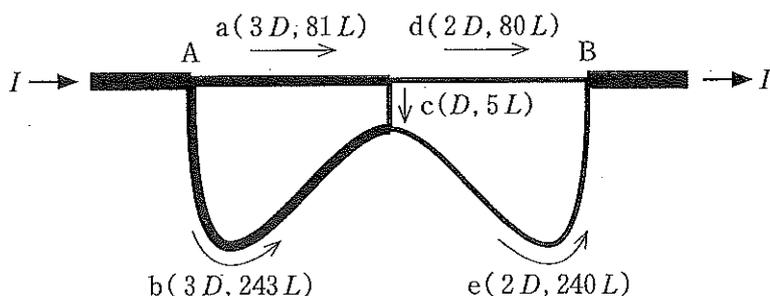


図5

(4) 経路 a および経路 c の血流量は I [kg/s] の何倍か。

(5) 何らかの理由により経路 b が詰まり血液が流れなくなった。A 点に流れ込む血液量は I [kg/s] のままであった。

(i) 経路 e の血流量は経路 b に血液が流れなくなる前の何倍か。

(ii) AB間の圧力差は経路 b に血液が流れなくなる前の何倍か。

[3] 次の文章を読んで、以下の設問に答えなさい。空気の屈折率は1とする。

屈折率 $n (> 1)$ で三角柱の形をした透明な物体が空気中にある。図6のように面Fと面Gのなす角度は A [rad] である。面Fに垂直に平行光を入射した。

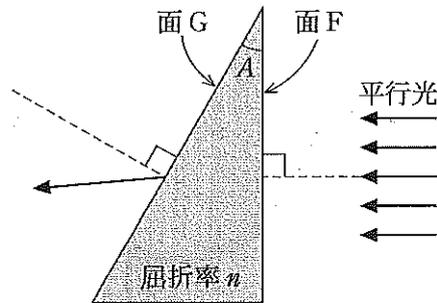


図6

実験1 入射した光は面Fを直進し、面Gに到達した。

- (1) 光は面Gで屈折して空気中に出た。このとき、 n と A [rad] が満たしている条件を不等号を用いて答えなさい。
- (2) 光は面Gの法線方向から反時計回りに測って角度 θ [rad] の方向へ向かった。 θ [rad] が満たしている条件を与えられた記号を用いて表しなさい。

実験2 図7のように、面G上に同じ幅の細いスリットを等間隔 d [m] 隔てて多数貼り、面Fに垂直に波面のそろった(同位相の)平行光を入射させた。ただし、(1)で求めた n と A [rad] の条件は満たされており、面Gに到達しスリットを通過しない光はすべて面Gで吸収されるとする。また、スリットを通過した光の角度は、面Gの法線方向を0、反時計回りを正とする。スリットから十分離れたところにスクリーンをおいた。

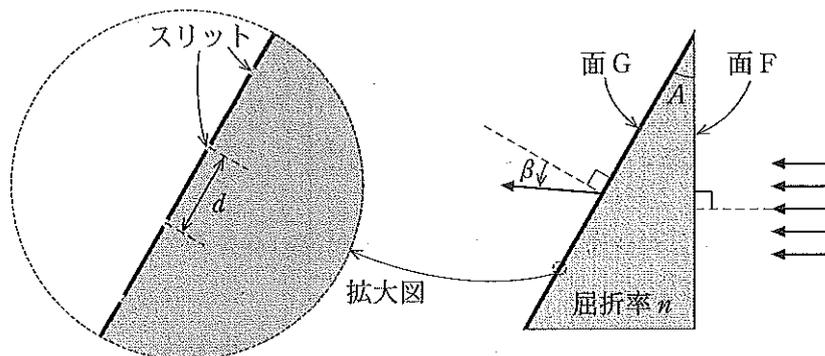


図7

- (3) 波長 λ [m] の単色光を入射させたところ、スクリーン上に複数の明線が観測された。明線が観測される角度 β [rad] の条件を与えられた記号および任意の整数 m を用いて答えなさい。
- (4) (3)で求めた明線が観測される角度 β [rad] のうち、入射光の波長を変えても変化しないものが一つだけあった。この角度を β_0 [rad] とする。 β_0 [rad] が満たす式を与えられた記号を用いて表しなさい。
- (5) 入射光の波長が λ_s [m] のとき、(4)で求めた β_0 [rad] から時計回りに最初に現れる明線の方向は入射光と平行であった。 λ_s [m] を与えられた記号を用いて表しなさい。
- (6) (5)で求めた λ_s [m] を含む範囲 (λ_1 [m] < λ_s [m] < λ_2 [m]) で入射光の波長を連続的に変化させ、明線が観測される角度 β [rad] と波長 λ [m] の関係を調べた。この関係を示す図として最も適切なものを図 8 の選択肢(ア)~(シ)の中から選びなさい。

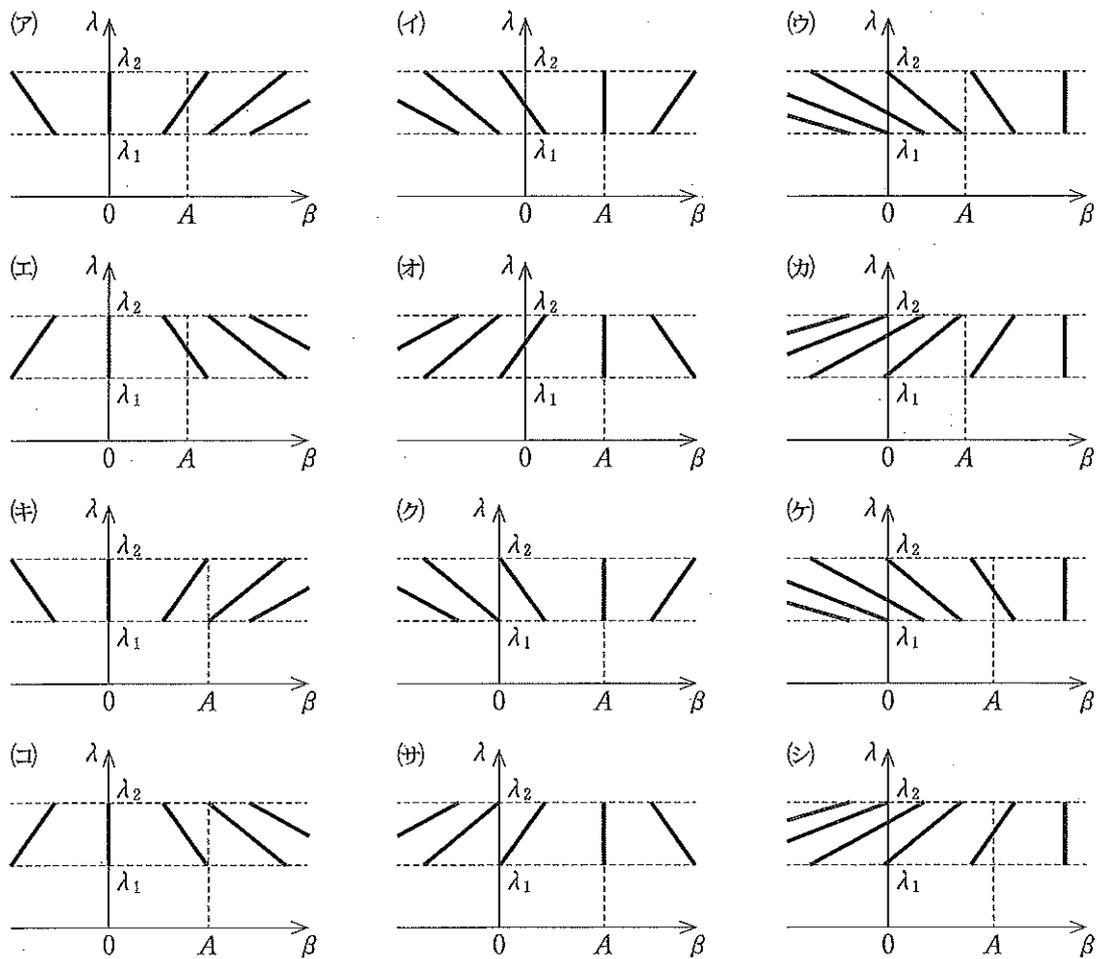


図 8