

基礎学力テストⅡ (全1の1)

- 1 a を実数として、関数 $f(x)$ をつぎのようにあらわす。

$$f(x) = x^2 - 4x - a$$

- (i) すべての実数 x において、不等式 $f(x) \geq 0$ が成り立つような a を求めなさい。
 (ii) $y = |f(x)|$ のグラフと、直線 $y = 5$ が2個の共通点を持つような a の値を求めなさい。
 (iii) $a = 5$ のとき、 $y = |f(x)|$ のグラフと直線 $y = kx + 9$ が4個の共通点を持つための k の値の範囲を求めなさい。

- 2 つぎの等式を満たす関数 $f(x)$ を求めなさい。

$$f(x) = 6x^2 + \left\{ \int_{-1}^1 t f(t) dt \right\} x + \int_{-1}^1 t^2 f(t) dt$$

- 3 $\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta = 0$ を満たす θ を求めなさい。ただし、 $0 \leq \theta < \pi$ とする。

- 4 x, y, z を正の整数とすると、次の問いに答えなさい。

- (i) $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{5}$ を満たす (x, y) の組の個数を求めなさい。
 (ii) $x + y + z = 20$ を満たす (x, y, z) の組の個数を求めなさい。また、そのうち $x < y < z$ かつ x, y, z 全てが素数である組をすべて挙げなさい。

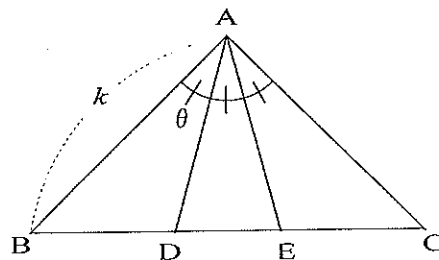
- 5 数列 $\{X_n\}, \{Y_n\}$ を次のように定義する、

$$\begin{aligned} X_1 &= 2, Y_1 = 1, \\ X_{n+1} &= 5X_n + 4Y_n - 6, \\ Y_{n+1} &= -2X_n - Y_n + 2. \end{aligned}$$

- (i) X_2, X_3, Y_2, Y_3 を求めなさい。
 (ii) 数列 $\{X_n\}, \{Y_n\}$ の一般項を求めなさい。

- 6 $\triangle ABC$ は辺 AB と AC の長さが等しい二等辺三角形である。 $\angle BAC$ を三等分する2本の直線と辺 BC との交点を B に近い側から D, E とし、辺 AB の長さを k 、 $\angle BAD = \theta$ とする。

- (i) AD の長さを求めなさい。
 (ii) $\triangle ADE$ の面積を求めなさい。



- 7 1つのサイコロを n 回投げて出た目の数の最小値 MIN_n と最大値 MAX_n とを記録する。ただし、 n は2以上の自然数である。出た目がすべて同じである場合は $MIN_n = MAX_n$ とする。

- (i) $MAX_3 = 4$ となる確率を求めなさい。
 (ii) $MAX_n - MIN_n = 3$ となる確率を求めなさい。