# 問題訂正

## p. 2

$\boxed{1}$ (4)

訂正前の下線部分を，訂正後の下線部分のように訂正します。

訂正前

$a$，$b$ を共に正の整数<u>とし</u>，グラフ $G$ が $x$ 軸と異なる 4 点で交わる<u>とき，</u>

$$b^2 < \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}} a^{\boxed{ト}}$$

<u>が成り立つ。</u>

訂正後

$a$，$b$ を共に正の整数<u>とするとき</u>，グラフ $G$ が $x$ 軸と異なる 4 点で交わる<u>ための必要十分条件は</u>

$$b^2 < \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}} a^{\boxed{ト}}$$

<u>である。</u>

解答を始めるまえに，つぎの**解答上の注意(つづき)**を読みなさい。

**解答上の注意(つづき)**

(i) **分数の形の解答枠に，整数の解答をしたいときは，分母が 1 の分数の形になるように答えなさい。**たとえば，$\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$ の解答枠に 2 と答えたいときは，$\dfrac{2}{1}$ と答えなさい。

(ii) 解答枠 $\boxed{\phantom{00}}$ に，**解答枠のけた数より少ないけた数の整数を解答したいときは，数字が右づめで，その前を 0 でうめるような形で答えなさい。**たとえば，$\boxed{\text{ヨワ}}$ の解答枠に 2 と答えたいときは，0 2 と答えなさい。**ヨの 0 をマークしないままにしておくと，間違いになります！**

(解答上の注意終)

$\boxed{1}$ $a$，$b$ を実数とする。$x$ の整式 $f(x)$ を

$$f(x)=x^4-x^3-3ax^2+3(a+b)x-3b$$

とし，$y=f(x)$ のグラフを $G$ とする。

(1) $a$，$b$ の値にかかわらず，グラフ $G$ は点 $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ を通る。

(2) 整式 $f(x)$ を因数分解すると

$$f(x)=\left(x-\boxed{\text{ウ}}\right)\left(x^3-\boxed{\text{エ}}\,ax+\boxed{\text{オ}}\,b\right)$$

となる。

（3） $a=4$ とし，整式 $f(x)$ は $(x-c)^2$ で割り切れるとする。このとき，

$$c=-\boxed{\text{カ}} \text{ のとき，} b=-\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ であり，}$$

$$c=\boxed{\text{コ}} \text{ のとき，} b=\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ である。また，}$$

$$c=\boxed{\text{セ}} \text{ のとき，} b=\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{ である。}$$

ただし，$\boxed{\text{コ}} < \boxed{\text{セ}}$ とする。

（4） $a$，$b$ を共に正の整数とし，グラフ $G$ が $x$ 軸と異なる 4 点で交わるとき，

$$b^2 < \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} a^{\boxed{\text{ト}}}$$

が成り立つ。

（5） 2 つのサイコロを投げて出る目の数をそれぞれ，$a$，$b$ とするとき，グラフ $G$ が $x$ 軸と異なる 4 点で交わる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$$

である。

$\boxed{2}$ 座標平面上の 2 つの直線 $l$, $m$ を

$$l: \quad y = \frac{4}{3}x + 4$$

$$m: \quad y = -\frac{3}{4}x + 9$$

とする。$l$ と $m$ の交点を A とし，直線 $l$ と $x$ 軸の交点を B とする。原点を O とし，∠ABO の 2 等分線を $k$ とする。2 つの直線 $k$ と $m$ の交点を C とする。三角形 ABC の外接円と $x$ 軸との交点のうち，B と異なる点を D とする。線分 BC と線分 AD の交点を E とする。直線 $m$ と $x$ 軸の交点を F とする。

(1) 直線 $k$ の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) $\text{AB} = \boxed{\text{オカ}}$, $\quad \text{BC} = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$, $\quad \text{CA} = \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$

である。

また，三角形 ABC の外接円の中心の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)$

である。

（3） $\angle\mathrm{BCD} = \alpha$， $\angle\mathrm{ADC} = \beta$ とすると，

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \qquad \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}$$

である。

（4） $\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CE}} = \boxed{\text{ニ}}$ である。

（5） $\angle\mathrm{AFE} = \theta$ とすると，

$$\tan\theta = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である。

$\boxed{3}$ $e$ を自然対数の底とする。

(1)

(i) $y = e^x$ のグラフ上の点のうち，点 $(1, 0)$ との距離が最小となる点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$ である。

(ii) $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x}dx = \boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}}\,e^{-1}$ である。

(iii) $\displaystyle\int x^2e^{-x}dx = -e^{-x}\left(x^2 + \boxed{\text{オ}}\,x + \boxed{\text{カ}}\right) + C$ である。ここで，$C$ は積分定数である。

(2) $r > 0$ とし，

$$f(x) = xe^{-x} + r, \qquad g(x) = \sqrt{r^2 - (x-1)^2} + e^{-1}$$

とする。 $1 - r \leqq x \leqq 1$ を満たす任意の $x$ に対して $f'(x) - g'(x) \leqq 0$ となる $r$ の最大値を $r_0$ とする。

(i) $f'(x) - g'(x)$

$$= \frac{1-x}{\sqrt{r^2-(x-1)^2}}\left(e^{-x}\sqrt{r^2-(x-1)^2}\ \boxed{\text{キ}}\ \boxed{\text{ク}}\right)$$

が成り立つ。ここで，$\boxed{\text{キ}}$ は符号$+$，$-$のいずれかである。

(ii) $r_0 = \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(iii) $r = r_0$ のとき，$f(x) - g(x)$ の $1 - r \leqq x \leqq 1$ の範囲における最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(iv)　$r = r_0$ とする。$y = f(x)$ のグラフ，$y = g(x)$ のグラフ，および，$y$ 軸で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}}\, e^{-1} - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\pi$$

である。

(v)　$r = r_0$ とする。$y = f(x)$ のグラフと $x$ 軸ではさまれた部分のうち，$0 \leqq x \leqq 1$ の部分を $x$ 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積は

$$\pi\left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} + \boxed{\text{テ}}\sqrt{2} - \boxed{\text{ト}}\sqrt{2}\, e^{-1} - \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} e^{-2}\right)$$

である。