

数 学

[注意事項]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問Ⅰ、Ⅱの解答はマークシートにマークし、問Ⅲの解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は、コンピュータで処理するので、折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに、氏名・受験番号を記入し、受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また、問Ⅲの解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

受 験 番 号				
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
●	①	●	①	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問Ⅰ、Ⅱにおいて、マークするときは、HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は、下記の例に従い、正しくマークすること。

正しいマーク例



誤ったマーク例



○をする

✓をする

完全にマークしない

枠からはみだす

7. マークで解答する場合、

--

の中の文字は、それぞれ符号(一)または、数字1文字が対応している。ただし、符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば、

アイ

の形の場合、-9から-1の整数または10から99の整数が入り得る。

-2の場合

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	○	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

I に適する解答をマークせよ。

- (1) 与えられた2点を通る放物線の一般式を求めてみよう。

たとえば点A(1, 3), 点B(4, 9)とする。

この2点を通る直線は $y = f(x) = \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$ である。またこの
2点と x 座標が共通の2点(1, 0), (4, 0)で x 軸と交わる2次の係数が1の
放物線は $y = g(x) = (x - \boxed{\text{ウ}})(x - \boxed{\text{エ}})$

(ただし $\boxed{\text{ウ}} \leq \boxed{\text{エ}}$ とする)である。

$y = f(x) + \alpha g(x)$ は α によらず2点A, Bを通る。よって

$$y = \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}} + \alpha(x^2 - \boxed{\text{キ}}x + \boxed{\text{ク}}) \quad (\alpha \neq 0)$$

が2点A, Bを通る放物線の一般式である。

この放物線が点C(-1, 9)を通るとすると $\alpha = \boxed{\text{ケ}}$ である。

同様にしてA, B, Cの3点を通る3次曲線は一般に

$$y = ax^2 + bx + c + \alpha(x^3 + dx^2 + ex + f) \quad (\alpha \neq 0) \text{ と表すことができる。た}$$

だし, $a = \boxed{\text{コ}}$, $b = \boxed{\text{サシ}}$, $c = \boxed{\text{ス}}$, $d = \boxed{\text{セソ}}$,

$e = \boxed{\text{タチ}}$, $f = \boxed{\text{ツ}}$ である。

(2) 底面の半径 2，高さ 4 の円錐形の内面をもつ容器を考える。底面を上にして

容器を垂直に立てて水を満たしたとき，水の体積は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}\pi$ になる。底面の一つの直径を AB，円錐の頂点を O としたとき，OB が鉛直となるように静かに傾けた。このとき残る水の量を求めたい。

傾けたときに水面の縁となる楕円を E，OB と楕円 E の交点を C とする。

初めの位置で，頂点 O を原点，頂点を含み底面に平行な平面を xy 平面，O を通る鉛直線を上向きに z 軸，BA に平行な直線を x 軸とし，A の x 座標が正となるように座標系を定める。以下，この座標系で考える。

容器内面の円錐の方程式は $x^2 + y^2 = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}z^2$ となる。また A の座標は

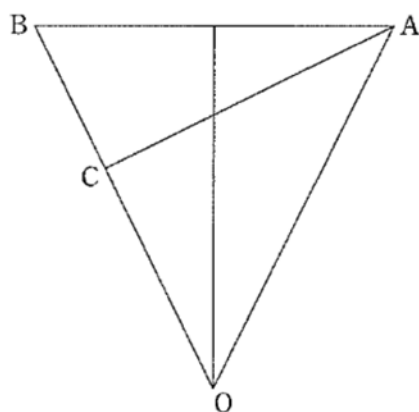
$(\text{カ}, 0, \text{キ})$ ，C の座標は $(\frac{\text{クケ}}{\text{コ}}, 0, \frac{\text{サシ}}{\text{ス}})$ ，

楕円 E 上の点は $z = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}x + \text{タ}$ を満たす。楕円 E の長軸の長

さは $\frac{\text{チ}}{\text{テ}}\sqrt{\text{ツ}}$ ，短軸の長さは $\frac{\text{ト}}{\text{ヌ}}\sqrt{\text{ナニ}}$ ，

OC は $\frac{\text{ネ}}{\text{ハ}}\sqrt{\text{ノ}}$ となる。したがって，残る水の量は

$\frac{\text{ヒフ}}{\text{マミ}}\sqrt{\text{ヘホ}}\pi$ である。



- (3) x 軸上の動点 P , y 軸上の動点 Q があり, $PQ = 1$ をたもって動くとき, 線分 PQ の動く範囲を求めよう。

この範囲は x 軸および y 軸に対称なので第 1 象限のみについて考える。
 P を $(t, 0)$ とするとき PQ は $\frac{x}{t} + \frac{y}{\sqrt{a + bt^e}} = 1$ となる。この方程式を満たす (x, y) の範囲を求めればよい。

ひとつの x の値に対して y を t の関数とみなしたとき, $x = dt^e$ を満たす t で y が最大となる。したがって, 線分 PQ の動く範囲は不等式 $x^f + y^f \leq 1$ で表

される。ここで, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イウ}}$, $c = \boxed{\text{エ}}$,

$d = \boxed{\text{オ}}$, $e = \boxed{\text{カ}}$, $f = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

- (4) $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 2\sqrt{2}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6 - 2\sqrt{3}$ であるとき、点 D を次の 2 つの条件を満たす点とする。

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 6, \vec{AC} \cdot \vec{AD} = 4$$

このとき $AD = \boxed{\text{ア}}$, $\sin \angle BCD = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。