第 1 問

関数 $f(\theta)=\sin\theta\cos\theta$ がある.

(i) $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ とする. $f(\theta)=f(2\theta)$ となるのは, $\theta=\boxed{\quad(1)\quad}$ のときである.

(ii) $0<\theta_1<\theta_2<\dfrac{\pi}{2}$ とする. $f(\theta_1)=f(\theta_2)$ となるのは, $\theta_1+\theta_2=\boxed{\quad(2)\quad}$ のときである.

(iii) すべての実数 θ に対して $f(\theta)$ の最小値は $\boxed{\quad(3)\quad}$ である.

第 2 問

実数 x に対して $f(x)=x(|x|-2)$ とする.

(i) 方程式 $f(x)=0$ の解は $x=\boxed{\quad(4)\quad}$ である.

(ii) $-3\leqq x\leqq a$ における関数 $f(x)$ の最大値が 1 となるときの定数 a の範囲は $\boxed{\quad(5)\quad}$ である.

(iii) 曲線 $y=f(x)$ の接線で傾きが 1 である方程式は $\boxed{\quad(6)\quad}$ である.

(iv) (iii) で求めた接線のうち y 切片が負のものを ℓ とする. 曲線 $y=f(x)$ と ℓ と y 軸で囲まれてできる図形で $x\geqq 0$ の部分の面積は $\boxed{\quad(7)\quad}$ である.

第 3 問

H_1 を双曲線 $x^2-\dfrac{y^2}{4}=-1$ とし, H_2 を双曲線 $(x-1)^2-\dfrac{(y+2)^2}{4}=-1$ とする.

(i) H_2 は H_1 を x 軸正の方向に $\boxed{\quad(8)\quad}$, y 軸正の方向に $\boxed{\quad(9)\quad}$ 平行移動させたものである. H_2 の漸近線の方程式は $\boxed{\quad(10)\quad}$ である.

(ii) H_2 と 2 直線 $x=0$, $x=2$ で囲まれてできる図形を 直線 $y=-2$ のまわりに 1 回転させてできる図形の体積は $\boxed{\quad(11)\quad}$ である.

第 4 問

$\cos(x+\dfrac{1}{x})=\dfrac{1}{2}$ を満たす実数 $x(\neq 0)$ のうちで, 絶対値が 1 に最も近いものは $\boxed{\quad(12)\quad}$ であり, 2 番目に近いものは $\boxed{\quad(13)\quad}$ である.

第5問

定数 $a_i(i=0,1,2)$, $b_i(i=1,2)$, c_2 に対し $f_0(x)=a_0$, $f_1(x)=a_1x+b_1$, $f_2(x)=a_2x^2+b_2x+c_2$ とし, a_0, a_1, a_2 は正とする. また, $f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ は次を満たすとする.

$$\int_{-1}^{1}\{f_0(x)\}^2\,dx=2,\quad \int_{-1}^{1}\{f_1(x)\}^2\,dx=\frac{2}{3},\quad \int_{-1}^{1}\{f_2(x)\}^2\,dx=\frac{2}{5},$$
$$\int_{-1}^{1}f_0(x)f_1(x)\,dx=\int_{-1}^{1}f_0(x)f_2(x)\,dx=\int_{-1}^{1}f_1(x)f_2(x)\,dx=0.$$

このとき各定数を定めて整式 $f_0(x), f_1(x), f_2(x)$ を求めると, $f_0(x)=\boxed{\ (14)\ }$, $f_1(x)=\boxed{\ (15)\ }$, $f_2(x)=\boxed{\ (16)\ }$ である.