

### 第1問

原点を中心とした半径 1 の円に内接する正三角形  $T_1$  がある.  $T_1$  の頂点の 1 つが  $A(0, 1)$  であり,  $T_1$  の残りの頂点のうち,  $x$  座標が負の値である方を  $B$  とする. また,  $T_1$  を原点に関して対称移動したものを  $T_2$  とする.

(i) 直線  $AB$  の方程式は,  である.

(ii) 直線  $AB$  と  $T_2$  の辺との交点のうち,  $x$  座標の値が大きい方の座標は  $(x, y) =$   である.

(iii)  $T_1$  と  $T_2$  が重なる部分の面積は  である.

### 第2問

曲線  $y = x^3 - 2x \cdots$  ① と直線  $y = x + k \cdots$  ② がある.

(i)  $k$  の範囲が  のとき, 曲線 ① と直線 ② は異なる 3 点を共有する.

(ii)  $k > 0$  とする. 曲線 ① と直線 ② が異なる 2 点を共有するとき, 1 つは接点で, もう 1 つの共有点の  $x$  座標は  である.

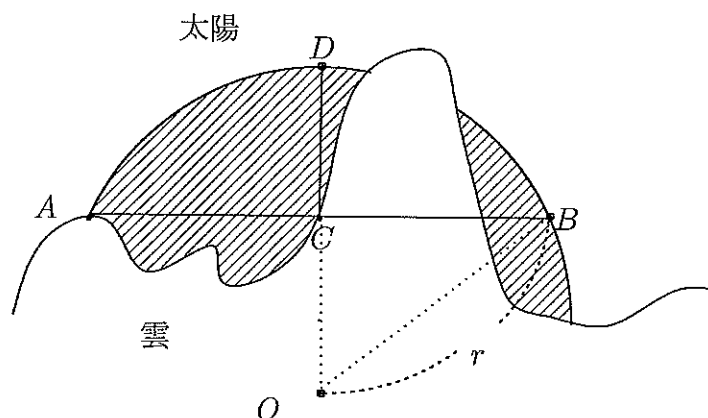


### 第3問

$n$  を 3 以上の整数とする.  $(x-1)^2P(x) + ax + b = x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1$  が成り立っているとする. ただし  $P(x)$  は  $x$  の整式とし,  $a, b$  は定数であるとする. この等式の左辺を微分すると (6) である. このとき  $(a, b) =$  (7) である.

### 第4問

下図のように太陽が雲間から見えた. 観察された太陽を半径  $r$  の円と仮定し, 図のように見えた太陽の円周上の 2 点を  $A, B$  とし, 線分  $AB$  の中点を  $C$ , 円周上に一点  $D$  を線分  $CD$  と  $AB$  が互いに直交するようにとる.  $AB = a, CD = c$  とおくと,  $r$  と  $a, c$  の関係を式で表わすと (8) となる. このとき  $r$  の最小値を  $c$  を用いて表わすと, (9) である. また  $c < r$  の場合, 観察された太陽の中心を  $O$  とする. この円を  $OD$  を通る直径を軸に回転させてできる球において  $AB$  を通り  $OD$  に垂直な平面で 2 つの図形に分けたとき, 点  $D$  を含む部分の体積を  $a, c$  を用いて表わすと (10) である.





## 第5問

$n = 1, 2, 3, \dots$  に対して, 関数  $F_n(x)$  を

$$F_1(x) = \frac{1}{1+x}, \quad F_{n+1}(x) = \frac{1}{1+F_n(x)}$$

で定義する.

(i)  $F_3(x)$  を求めると,  $\boxed{\quad (11) \quad}$  である.

次に  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して, 数列  $\{p_n\}$  を

$$p_1 = 1, \quad p_2 = 1, \quad p_{n+2} = p_{n+1} + p_n$$

で定義する.

(ii)  $F_n(x) = \frac{a_n + b_n x}{c_n + d_n x}$  で与えられるとき,  $n \geq 2$  に対して  $a_n, b_n, c_n, d_n$  を数列  $\{p_n\}$  を用いて表すと  $(a_n, b_n, c_n, d_n) = \boxed{\quad (12) \quad}$  である.

(iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{n+1}}{p_n}$  が存在することを用いて  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(0)$  の値を求めると  $\boxed{\quad (13) \quad}$  である.