

平成26年度

9時00分～10時30分

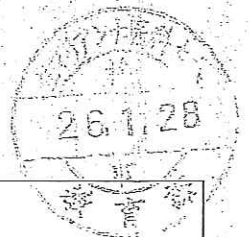
数 学

問 題 用 紙 1 ～ 2 頁

解 答 用 紙 1 ～ 3 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
6. 質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
7. 問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
8. 試験開始後60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
9. 試験終了の合図〔チャイム〕があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題用紙の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
11. その他、監督者の指示に従うこと。
12. 解答用紙の余白および裏面については計算に利用してもよい。



受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 以下の設問〔1〕～〔3〕の①～④に答えなさい。

〔1〕 a を 1 より大きな実数, e を自然対数の底とし, $f(x) = a^x \log_e a$ とする。

このとき, 曲線 $y = f(x)$, 直線 $x = 10$, x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積 S を a を用いた式で表すと,

$S =$ ① となる。

〔2〕 $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ (ただし, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) のとき, $\sin^4 x - \cos^4 x$ の値を

求めると ② となる。

〔3〕 数列 $\{a_n\}$ を初項 2, 公差 7 の等差数列, 数列 $\{b_n\}$ を初項 1, 公比 2 の等比数列とし, 数列 $\{c_n\}$ の第 n 項を $c_n = a_n b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定義する。

数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を n を用いた式で表すと,

$S_n =$ ③ となる。

また, $S_n = 133132$ となるのは $n =$ ④ のときである。

2 a, b, c, d を実数とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とする。また, 行列 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

以下の設問〔1〕,〔2〕の①～⑭に適切な数値を答えなさい。

〔1〕 $a = 3$ かつ $A^2 = \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ のとき, $b =$ ①, $c =$ ②, $d =$ ③ である。

このとき, A^2 を A と E を用いて表すと,

$$A^2 = \text{④} A + \text{⑤} E$$

と表すことができる。また,

$$A^5 = \text{⑥} A + \text{⑦} E = \begin{pmatrix} \text{⑧} & \text{⑨} \\ \text{⑩} & \text{⑪} \end{pmatrix}$$

である。

〔2〕 A が $A^2 = 3A - 2E$ を満たすとき, $a + d$ の値は ⑫, または ⑬, または ⑭

である。



3 曲線 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) と、正の定数 m がある。

このとき、以下の問いに答えなさい。

- [1] 傾きが m となる C の接線を 2 本求めなさい。
- [2] 直線 $y = mx$ と C の交点の座標を P および Q とするとき、 P, Q それぞれの座標を求めなさい。ただし、 P の x 座標は正の値とする。
- [3] 上問 [1] で求めた 2 本の接線および、上問 [2] の点 P, Q それぞれにおける C の接線とで囲まれた図形の面積を求めなさい。

4 a, b は 1 と異なる正の実数で、 $ab \neq 1, \frac{a}{b} \neq 1$ を満たすものとする。

不等式 $\log_{ab} a < \log_{\frac{a}{b}} ab \dots\dots (1)$

について、以下の問いに答えなさい。

- [1] $X = \log_a b$ とおくとき、(1) を X についての不等式で表すと、

$$\frac{\boxed{\text{①}}}{(1+X)(1-X)} < 0$$

となる。 $\boxed{\text{①}}$ にあてはまる適切な式を求めなさい。

- [2] 不等式 (1) を満たす点 (a, b) の存在する領域を、解答用紙にある座標平面上に図示しなさい。

