

数 学

(医 学 部)

— 2 月 2 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい。

1

(1) $x^2 - 10x + y^2 + 24y = 0$ は、点 (,) を中心とし、半径が の円の方程式である。

(2) $0 < \theta < \pi$ とする。 $\cos \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\cos 2\theta =$, $\sin \frac{\theta}{2} =$ である。

(3) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (3, -1, 2)$ のなす角を θ とすると、 $\cos \theta =$ である。

(4) 直線 $2x - 3y + 2 = 0$ に関して点 $(7, 14)$ と対称な点の座標は、 (,) である。

(5) 2^{85} は 桁の整数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$ とする。

2

2 以上の自然数 N がある。くり返しさいころを投げて、次のルール (i), (ii) に従ってゲームをする。

(i) さいころを投げて、異なる目が出たらゲームを終了し、さいころを投げた回数を得点とする。

(ii) さいころを投げて、 N 回続けて同じ目が出たらゲームを終了し、得点を $N + 1$ 点とする。

例えば、 $N = 4$ とする。1 回目と 2 回目に 5 の目が出て、3 回目に 5 以外の目が出たとき得点は 3 となり、1 回目から 4 回目まで同じ目が出たとき得点は 5 となる。

(1) $N \geq 4$ とする。さいころをちょうど 2 回投げて、ゲームが終了する確率は であり、ちょうど 3 回投げて、ゲームが終了する確率は である。

(2) 得点が N 以上になる確率は である。

(3) $N = 3$ のとき、得点の期待値は である。

(4) $2 \leq n \leq N$ のとき、得点が n となる確率は () ^{n} であり、得点の期待値を a_N とすると、
 $a_N =$, $\lim_{N \rightarrow \infty} a_N =$ である。

3

4 頂点の座標が $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$ の正方形と, 4 頂点の座標が $(2, 0)$, $(2+x, 0)$, $(2+x, x)$, $(2, x)$,
(ただし, $x > 0$) の正方形をあわせた図形を F とする. 点 $(0, h)$ を通り x 軸に平行な直線が F を面積の等しい 2 つの
図形に分けている.

(1) $x = 3$ のとき $h =$, $x = 8$ のとき $h =$ である. また, $h = 3$ のとき $x =$ であり, $h \leq \frac{7}{8}$
となるような x の範囲は $\leq x \leq$ である.

(2) h を x の関数と考える.

(i) 関数 h の $x = 3$ における微分係数は である.

(ii) 曲線 $y = h$ と直線 $x = 6$, $x = 8$ と x 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積は
 である.