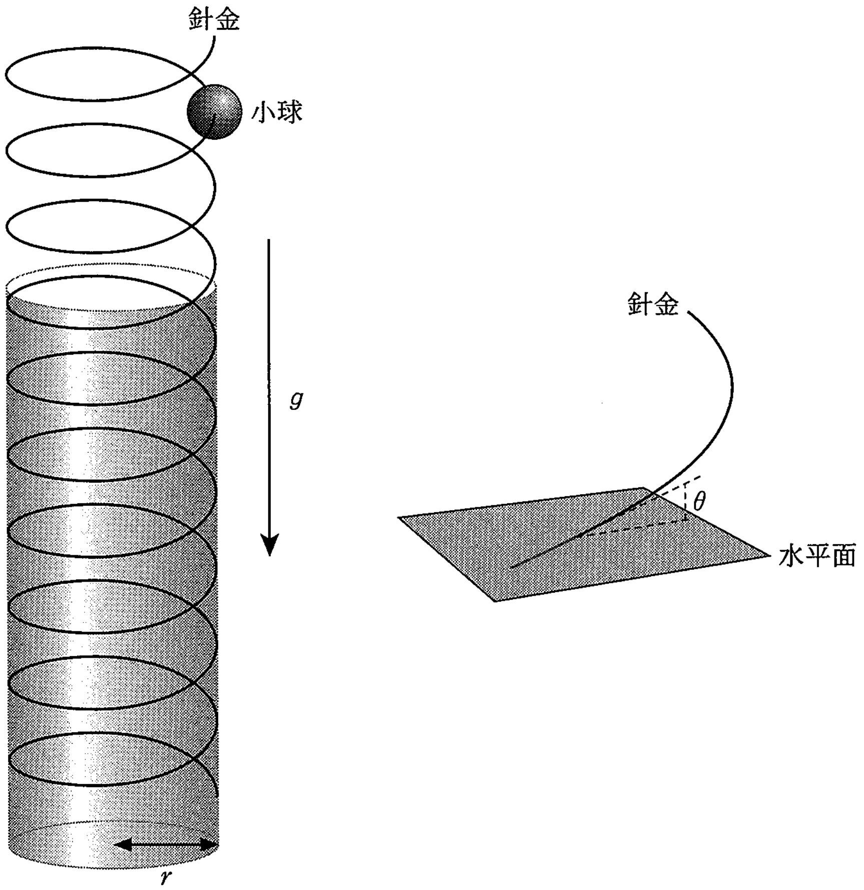
物　　理

1. 図のように，半径 r，軸が鉛直で水平面と傾き θ をなすらせん状の針金に質量 m の，針金の曲りに沿った穴の開いた小球が通してある。この小球を静かに放したところ，小球の速さは次第に大きくなっていったが，やがて一定の速さになった。小球は針金に接するどの部分でも同様の摩擦力を受け，その動摩擦係数を μ とする。ただし，空気抵抗はなく，針金は十分長いものとし，重力加速度の大きさを g とする。



図

問 1. 小球の速さが v のとき，小球に働く遠心力を m，v，r，θ を用いて表しなさい。

2. 小球の速さが v のとき，小球に働く摩擦力を m，v，r，g，μ，θ を用いて表しなさい。

3. 小球の加速度を a として，運動方程式を書きなさい。ただし，小球の進行方向を正の向きとしなさい。

4. 速さが一定になったとき，その速さを g，r，μ，θ を用いて表しなさい。

問 5. 小球が途中で停止しないために μ が満たすべき条件を求めなさい。

2. 大きい丈夫な台の上に5.0 g の金属円柱を置き，4.0 kg の変形しない鉄球を高さ1.0 m から金属円柱の上に落としたところ(図1，図2)，鉄球は真上に，0.16 m の高さまではね上がり，金属円柱はわずかに縮んだ。ただし，円柱のもとの高さや鉄球の落下距離，はね上がり距離に対して円柱の高さの縮みは小さく，無視できるものとし，体積の変化はないものとする。また，鉄球の半径は金属円柱の半径に比べ十分大きく，鉄球が金属円柱に接触する面は水平面と考えてよく，鉄球の中心は金属円柱の中心軸上を運動するものとする。重力加速度の大きさを10 m/s^2，水の比熱は4.2 J/(g·K)として以下の問いに答えよ。

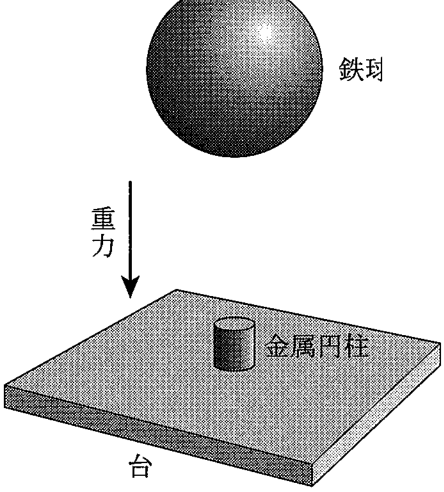


図1

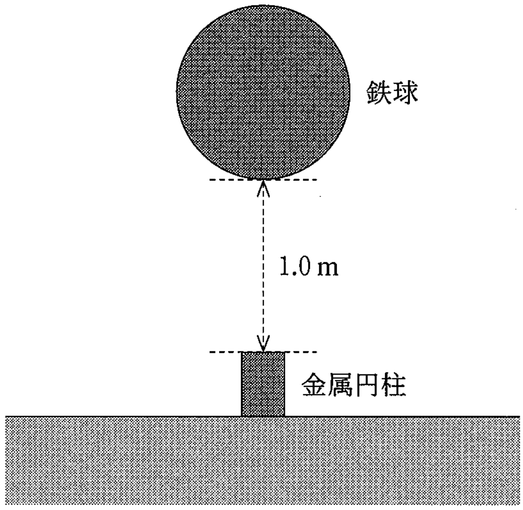


図2

問 1. このときのはねかえり係数を求めよ。

問 2. 鉄球が金属円柱に与えたエネルギーが全て熱になったものとして，発生した熱量を求めよ。ただし，発生した熱は鉄球に分配されず，空気など周りの環境への散逸もないものとする。

わずかに変形した金属円柱を直ちに3.0 g の水中に入れると，水温が2.0 K 上昇した。実験前には金属円柱と水の温度は等しく，温度の測定は金属円柱と水の温度が等しくなった状態で行うものとして，以下の問いに答えよ。ただし，金属円柱と水の間以外の熱の移動はないものとする。

問 3. 金属円柱の比熱を求めよ。

問 4. 鉄球の落下により上昇した金属円柱の温度を求めよ。

金属円柱に外力を加えて押し縮めるとき，はじめのうちは力の大きさに比例して短縮し，力を加えるのを止めるともとの状態に戻る。しかし，一定の力 F_0 に達するとその力でそのまま縮み続ける。圧縮を止めて，外力を小さくしていくと，最も縮んだ状態から外力に比例して伸びるがもとの

長さに戻ることはない。この現象における外力と縮んだ長さの関係をグラフに描くと図 3 のようになることが分かっている。

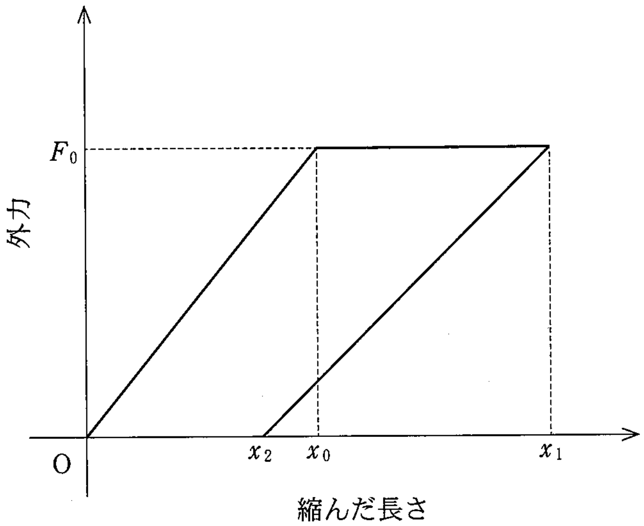


図 3

問 5. 力 F_0 に達するまではこの円柱はばねのように振る舞う。このときのばね定数を図 3 の記号を用いて表しなさい。

問 6. 図 3 の全過程で外力が金属円柱にした仕事を図 3 の記号を用いて表しなさい。

最初の実験に使った金属円柱を測ってみると，実験前よりも 0.60 mm だけ短くなっていた。また，金属円柱が縮むときももとに戻るときもそのばね定数は同じであったとして，以下の問いに答えよ。

問 7. 鉄球から金属円柱に働いた最大の力の値を求めよ。

問 8. 最初の実験において円柱が最も縮んだ長さの値を求めよ。

3. Ⅰ. 直径 10 μm の球形の動物細胞の表面が厚さ 10 nm の膜(比誘電率 7.0)で覆われている。細胞の内外のイオンの電荷には偏りがあり，膜表面を帯電させるので，この膜はコンデンサーとして機能する。細胞は球形であるが，膜の厚さが細胞の直径に比べ十分薄いため，平行板コンデンサーと近似できるものとして以下の問いに答えよ。ただし，真空の誘電率は $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m，電気素量は $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C とする。

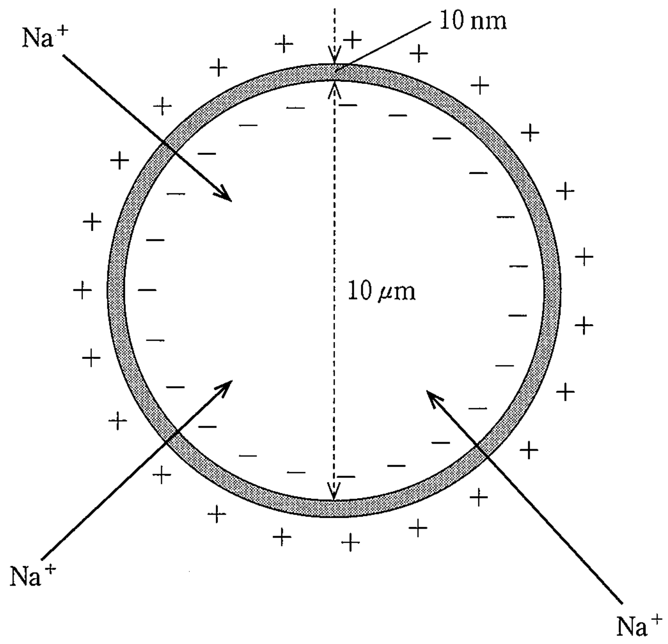


図　コンデンサーとしての細胞の膜

問 1. この膜の 1.0 m^2 当たりの電気容量を求めなさい。

問 2. この細胞が活動していないとき，細胞の外側を基準に測った細胞内の電位(静止膜電位)は − 70 mV であった。この膜がたくわえている電気量を求めなさい。

問 3. この細胞が活動状態にあるとき，細胞内の電位が細胞の外側に対し + 30 mV になったとする。この電位変化が細胞外から細胞内へのナトリウムイオンの流入によるものとして流入したナトリウムイオンの個数を求めなさい。

Ⅱ. 人間の血管系では，心臓が送り出した血液が，図 1 のように動脈，細動脈[内径(血管内側の直径)が 1 mm 程度の細い動脈]を経て毛細血管に流れ，細静脈に再び集められ，静脈を通り心臓にかえる。

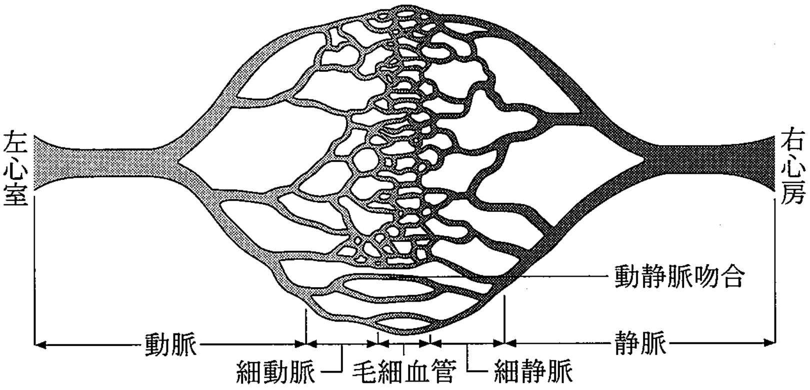


図１　血管網

血液の粘性(粘り気)は，血管内を流れるときの抵抗(流動抵抗)になるため，血管内に血液を流すには水道のように力(圧力)をかける必要がある。動脈のように太い場合は，流体の粘性(粘り気)は無視してよいが，細動脈になると流動抵抗が大きくなる。実際の血管内の流動抵抗は複雑に変化するが，ここでは，細動脈から毛細血管を経て細静脈に至る部分の流動抵抗を以下のように極めて単純化して考える。

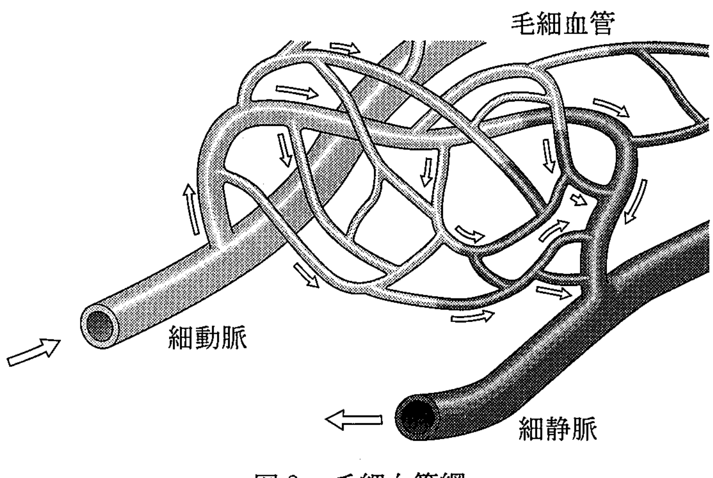


図２　毛細血管網

一般に，管を流れる粘性流体(粘り気のある流体)について，単位時間に流れる流体の体積(流量) Q は管の両端の圧力差 ΔP に比例し，

$$Q = \frac{\Delta P}{R} \qquad (1)$$

なる関係を満たす。ここで，R は流動抵抗と呼ばれる。ただし，重力の影響，すなわち，管の高低差は考えないものとする。

式(1)において，管の両端の圧力差 ΔP を電気回路の電位差に，流量 Q を電流に，流動抵抗 R を電気抵抗に対応させると，式(1)は電気回路におけるオームの法則に他ならない。流動抵抗は，管の長さ l に比例するが，管の内径 d の４乗に反比例する点が電気抵抗とは異なる。すな

わち，流動抵抗は ρ を比例定数として

$$R = \rho \frac{l}{d^4} \tag{2}$$

と表される。

毛細血管と生体組織の間での液体および物質の交換量は小さく無視できるものとし，毛細血管の内径は一定で，流量と毛細血管に沿っての圧力差の間には式(1)が成り立つものとする。ここで，長さ 100 μm 当たりの流動抵抗が R_0 である毛細血管からなるモデル血管網（図 3）について，血管網と電気回路の相似性を利用して以下の問いに答えよ。ただし，図 3 の細動脈は細静脈より ΔP だけ圧力が高いものとし，枝分かれによる抵抗は考えないものとする。

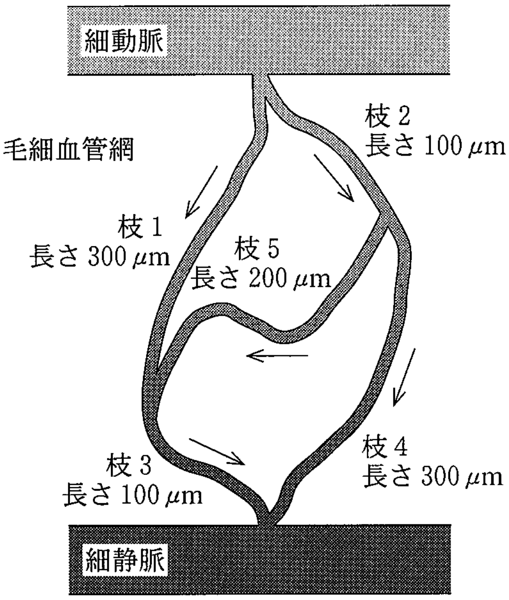


図 3　モデル血管網

問 1．モデル血管網全体の流動抵抗を R_0 を用いて表しなさい。

問 2．モデル血管網の枝 5 の部分に血液を流すために必要な仕事率を求めよ。

問 3．毛細血管の枝 5 が細くなり，実効的な内径が枝の全長にわたってもとの内径の 1/2 となったとき，モデル血管網全体の流動抵抗を R_0 を用いて表しなさい。