

1. 次の にあてはまる適切な数値，または行列を解答欄に記入せよ。

(1) 1 から 10 までの数字が 1 つずつ記入された 10 枚のカードから 3 枚のカードを同時に取り出す。取り出したカードに記入してある 3 つの数の最小値を X ，最大値を Y とすると， $Y = 2X$ となる確率は (ア) である。

また， $Y < 2X$ となる確率は (イ) である。

(2) 実数を成分とする 2 次の正方行列 A の表す 1 次変換 (点の移動) f によって， xy 平面上の点 $P(1, -1)$ は点 Q に，点 Q は点 $R(-1, 0)$ に，点 R は点 P にそれぞれ移される。このとき，行列 A は (ウ) ，点 Q の座標は

((エ) ， (オ)) である。

2. a, b は実数で $0 < a \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ とする。関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = \log(a^2 + x^2), \quad g(x) = x^2 + b$$

と定める。 xy 平面上の 2 曲線 $y = f(x), y = g(x)$ の $x \geq 0$ の部分をそれぞれ C_1, C_2 とし、 C_1 の変曲点 P の x 座標を $t(a)$ とする。 C_2 が点 P を通るとき、次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数である。

- (1) (i) C_1 の凹凸を調べ、 $t(a)$ を a を用いて表せ。また、 b を a を用いて表せ。
(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき、 C_1 の概形を xy 平面上に描け (xy 平面は解答用紙にある)。なお、 $0.6 < \log 2 < 0.7$ であることを概形を描く際の参考にしてよい。
- (2) $0 \leq x \leq t(a)$ をみたす実数 x に対して、 $f(x)$ と $g(x)$ の大小関係を調べよ。
- (3) $0 \leq x \leq t(a)$ の範囲で、 C_1, C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積 $S(a)$ を a を用いて表せ。また、 a が $0 < a \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ の範囲を動くとき、 $S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

3. すべての実数 x に対して $-\sqrt{2}a(\sin x + \cos x) + 4b \sin x \cos x - 4 \leq 0$ が成り立つような実数の組 (a, b) の存在する範囲を D とする。このとき、次の問いに答えよ。問い(2)では にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1) D を求め、 ab 平面上に図示せよ (ab 平面は解答用紙にある)。

(2) 点 (a, b) が D 内を動くとき、 $\frac{b+1}{a+4}$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{(カ)}} \leq \frac{b+1}{a+4} \leq \boxed{\text{(キ)}} \text{ である。}$$

4. O を原点とする xyz 空間内の平面上に平行四辺形 $ABCD$ があり, 3 点 B, C, D の座標は $B(1, 0, 0), C(0, \sqrt{3}, 0), D(0, 0, d)$ ($d > 0$) である。辺 BC の中点を M , 辺 CD を $5:1$ に内分する点を N , BN と DM の交点を G とするとき, 次の問いに答えよ。問い (1) では にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1) (i) \vec{AG} を \vec{AB}, \vec{AD} を用いて表すと $\vec{AG} = \text{} \vec{AB} + \text{} \vec{AD}$ である。

(ii) $\angle DAG = \frac{\pi}{6}$ とするとき, 点 A の座標は (, ,), d の値は である。

(2) A, d は (1) で求めた座標, 値とする。平行四辺形 $ABCD$ を底面とする四角錐 O - $ABCD$ を z 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。