平成２６年度一般入学試験問題

数　学

【注意事項】

1. この問題用紙には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2. 試験開始の合図があれば，問題用紙と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。

3. 問題用紙には**計 3 問**の問題が**数 1～数 5 ページ**に記載されています。 落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。

4. 答案用紙には， 解答とともに， 解答を得るまでの途中の計算や推考の過程も示しなさい。

5. 問題用紙の余白は下書きに利用しても構いません。

6. 問題用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	

$\boxed{1}$ 次の(1)から(5)までの各問いに答えよ。最終的な解答は<u>答の欄</u>に記入すること（配点 65 点）。

(1) 3点$(-3,1)$，$(1,-6)$，$(5,3)$を頂点とする三角形の面積を求めよ［10点］。

(2) 2次方程式$x^2+px+q=0$の2つの解から，それぞれ3を引いた数を解にもつ2次方程式が$x^2+qx+p=0$であるという。定数の組(p,q)を求めよ［10点］。

1 (続き)

(3) 放物線 $y=x^2-2x$ と x 軸で囲まれた図形の面積を，原点を通る直線で2等分する。
その直線の式を求めよ［15点］。

(4) 実数 p は $p \neq 1$ を満たすとする。曲線 $y=\log x$ 上の点 $P(p, \log p)$ における法線 l と直線 $y=-x+1$ との交点を R とする［15点］。

① 点 R の座標を p を用いて表せ。

② p を限りなく1に近づけるとき，R はどのような点に近づくか。その点を座標で答えよ。

$\boxed{1}$ （続き）

(5) ① n は自然数とする。下の a_n , b_n を n を用いた整式か分数式で表せ［10 点］。

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+2+\cdots+k}, \quad b_n = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

② $n\dfrac{b_n}{a_n} < 2$ を満たす最大の n の値を求めよ［5 点］。

$\boxed{2}$ 白球 3 個と赤球 4 個が入った箱 A がある。次の各問いに答えよ（配点 40 点）。

(1) 箱 A から 5 個の球を同時に取り出すとき，これらのうち赤球が偶数個含まれている確率を求めよ。ただし，零は偶数に含まない。

(2) 箱 A から球を 1 個ずつ取り出していき，白球が 1 個出たらそこで取り出すのをやめる。ただし，1 度取り出した球は箱の中へ戻さないものとする。取り出された赤球の個数の期待値を求めよ。

(3) 箱 A へ青球 5 個を加えて白球 3 個，赤球 4 個，青球 5 個とする。これをよくかき混ぜ，3 個の球を同時に取り出すとき，

(a) 取り出した 3 個の球の色が 1 種類である確率を求めよ。

(b) 取り出した 3 個の球の色が 3 種類である確率を求めよ。

(c) 取り出した 3 個の球のうち，青球の個数が赤球の個数よりも多くなる確率を求めよ。

(4) 箱 A からいくつか球を取り除き白球 1 個，赤球 4 個とする。また，赤球だけを 5 個入れた箱 B を用意する。このとき，それぞれの箱から同時に球を 1 個ずつ取って入れ替える作業を繰り返す。この作業を n 回繰り返した後に箱 A に白球が入っている確率を求めよ。

$\boxed{3}$ a, bは $a<b$ を満たす実数とする。多項式 $f(x)$, $g(x)$ が

$$f(x)=3x^2+4x+\int_a^b\left\{g(t)-\frac{19}{6}\right\}dt,\ g(x)=4+\int_0^x f(t)\,dt$$

を満たすとき，次の各問いに答えよ（配点45点）。

(1) $c=\int_a^b\left\{g(t)-\frac{19}{6}\right\}dt$ とするとき，$g(x)$をcを用いて表せ。

(2) 2曲線 $y=f(x)$, $y=g(x)$ が2点 $(a, f(a))$, $(b, f(b))$ の一方で接し，他の一方で交わるとき，a, b の値を求めよ。

(3) $y=f(x)$, $y=g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(4) $y=f(x)$, $y=g(x)$ が接している点における両曲線の接線を $y=h(x)$ とする。$y=f(x)$, $y=h(x)$ とy軸とで囲まれた部分をy軸の周りに1回転した図形の体積を求めよ。